

PROVA SCRITTA DI ANALISI (ESERCIZI) – CTAM RIMINI  
13 FEBBRAIO 2015

Tempo a disposizione: 2 ore.

1. Individuare il dominio, gli intervalli di crescita/decrecita e tracciare un grafico approssimativo della funzione

$$f(x) = e^{-x}\sqrt{1+x}$$

2. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x \sin(\sqrt{x} - \sqrt{2})}{\log(x-1)} \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1 - e^x}{\sin(3-x)}$$

3. Calcolare

$$\int (x+1) \log(x^2) dx \quad \text{e} \quad \int_0^1 \frac{1+2x}{1+x^2} dx$$

4. Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di  $f(x, y) = \arctan(x + y^2)$  nel punto di prime coordinate  $(-3, 2)$ .

5. Risolvere il problema di Cauchy

$$y'' - 4y' + 13 = 0 \quad \text{con} \quad y(0) = 0 \quad \text{e} \quad y'(0) = v_0 \in \mathbb{R}.$$

6. Calcolare l'integrale

$$\int_A y \sqrt{x+y^2} dx dy$$

dove

$$A = \{(x, y) : 0 < x < 1 \quad \text{e} \quad 0 < y < \sqrt{x}\}.$$

PROVA SCRITTA DI ANALISI (TEORIA) – CTAM RIMINI  
13 FEBBRAIO 2015

- *Non si possono usare appunti, calcolatrici e dispositivi elettronici.*
- *Tempo: 30 minuti.*

1. Definizione di primitiva e proprietà delle primitive di una funzione di una variabile.
2. Condizioni del secondo ordine (necessarie, sufficienti) per punti di massimo/minimo di funzioni di due variabili.

PROVA SCRITTA DI ANALISI (ESERCIZI) – CTAM RIMINI  
30 GENNAIO 2015

Tempo a disposizione: 2 ore.

1. Dire in che insieme è definita e in quali intervalli è crescente/decrescente la funzione

$$f(x) = \log(x^2 + 2x - 3).$$

Individuare inoltre (se ci sono) i punti di intersezione del grafico di  $f$  con l'asse  $x$ .

2. Calcolare gli integrali

$$\int_2^3 \frac{x}{(x-1)^2} dx, \quad \int_0^{\pi/4} (x^2 + \tan^2 x) dx$$

3. Risolvere il problema di Cauchy

$$yy' = t\sqrt{1+y^2} \quad \text{prima con } y(0) = 2 \text{ e poi con } y(0) = -1.$$

4. Data la funzione  $f(x, y) = \sqrt{1 + xy^2}$ , stabilire in quale direzione unitaria  $v = (v_1, v_2)$  è massima la derivata

$$\frac{\partial f}{\partial v}(3, 1)$$

e individuare il valore di tale derivata.

5. Individuare e classificare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = x^2y - ye^{y^2}.$$

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{bx} + \log x}{1 + x^2} \quad \text{al variare di } b \in \mathbb{R}.$$

PROVA SCRITTA DI ANALISI (TEORIA) – CTAM RIMINI  
30 GENNAIO 2015

- *Non si possono usare appunti, calcolatrici e dispositivi elettronici.*
  - *Tempo: 30 minuti.*
1. Funzioni monotone di una variabile. Definizione e caratterizzazioni in termini di derivate.
  2. Differenziabilità per funzioni di due variabili. Relazione tra proprietà  $C^1$  e differenziabilità.