Matematica. Primo modulo. 5 novembre 2008

1. Calcolare le derivate delle funzioni

$$f(x) = xe^{x^2+x}, \quad f(x) = \frac{x+3}{1+x^2}, \quad f(x) = \log(1+e^{-x}).$$

2. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x\to 0} \frac{\log(1+x+x^2)}{x}, \qquad \lim_{x\to+\infty} (x+1)e^{-x}, \quad \lim_{x\to-\infty} x^2 e^{-x}$$

3. Dire in queli intervalli sono crescenti le funzioni

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = (1+x^2)e^x,$$
$$f : (0,+\infty) \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{\log x}{x}.$$

4. Calcolare gli integrali

$$\int_0^1 (x+3)^4 dx, \qquad \int_0^{\pi/2} x\big\{\cos(x) + e^{x^2}\big\}dx.$$

5. Calcolare la derivata della funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$F(x) = \int_{x^2}^0 (e^{t^2} - 1)dt.$$

6. Calcolare

$$\lim_{x\to 0+} \frac{x+1-\cos x}{x^3 - x^2}, \quad \lim_{x\to+\infty} \frac{x+e^{2x}}{x+e^x}.$$

7. Dire in quali intervalli e' crescente la funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = x + \frac{1}{x-1}.$$

Tempo 2 ore. Si possono usare libri e appunti.

MATEMATICA. PRIMO MODULO. 20 GENNAIO 2009

1. Calcolare le derivate di
$$f(x) = \frac{x + e^{2x}}{1 + x}, \quad f(x) = x \log(1 + 2x), \quad f(x) = x \sin(x^2 + 1).$$

2. Calcolare i limiti
$$\lim_{x \to 1-} \frac{\log(x)}{x^2 - 2x + 1}, \quad \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x - e^{2x}}{1 + xe^x}, \quad \lim_{x \to 0} \frac{x + \sin x}{\cos(2x) - 1 + x}.$$

3. Dire in quali intervalli e' crescente la funzione $f : (-1, 1) \to \mathbb{R}$,
$$f(x) = x\sqrt{1 - x^2}.$$

4. Calcolare
$$\int_0^{\pi/2} \sin(2x) \qquad \text{e} \qquad \int_1^2 x\big(1 + \sqrt{1 + x^2}\big)dx.$$

5. Scrivere la fofmula di Taylor del secondo ordine di $f(x) = 1 + \sqrt{1 + x}$ di punto iniziale $x_0 = 1$.

6. Data
$$F(x) = \int_0^{x^3} t \sin^2(t) dt,$$
calcolare la derivata di F.

Tempo 2 ore. Si possono usare libri e appunti.

Matematica. Primo modulo. 10 febbraio 2009

1. Calcolare
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x+x^2}, \qquad \lim_{x\to +\infty} \frac{e^{x^2}-x}{e^{4x}}$$

2. È data la funzione $f :]-1,+\infty[\to \mathbb{R}$,
$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x}}.$$
   (a) Calcolare i limiti
$$\lim_{x\to 1+} f(x), \qquad \lim_{x\to +\infty} f(x).$$
   (b) Dire in quali intervalli la funzione f è crescente/decrescente.

3. Scrivere la formula di Taylor del secondo ordine per $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{x^2}$ nel punto iniziale $x_0 = 1$.

4. E' data $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,
$$F(x) = \int_{x^3-x} e^{t^2}\, dt.$$
   (a) Calcolare la derivata di F.
   (b) Dire in quali intervalli F è crescente/decrescente.

Tempo 2 ore. Si possono usare libri e appunti.

Matematica. Primo modulo. 25 marzo 2009

1. Calcolare
$$\lim_{x\to 0+} \frac{1-e^{x^2}}{\sin x}, \qquad \lim_{x\to +\infty} \frac{x+\log x}{x\log x}.$$

2. Calcolare le derivate delle funzioni
$$f(x) = x\sqrt{1+x^2}, \qquad f(x) = \frac{xe^x}{1+x^3}.$$

3. Dire in quali intervalli e' crescente la funzione
$$f(x) = (x+2)e^{-x^2}.$$

4. Data $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,
$$F(x) = \int_{x^2-x}^{1} (1+e^{t^2})dt,$$
calcolare la derivata di F e dire in quali intervalli la funzione e' crescente/decrescente.

5. Scrivere la formula di Taylor dee secondo ordine di punto iniziale $x_0 = -1$ per la funzione $f(x) = xe^{2x}$.

6. Calcolare
$$\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}}dx, \qquad \int_2^3 x\log(x)dx.$$

Tempo 2 ore. Si possono usare libri e appunti.

Matematica. 25 settembre 2009

1. Calcolare
$$\int_1^2 (2+3x)^{3/2}dx, \qquad \int_0^\pi \cos(x)e^{\sin(x)}dx.$$

2. Dire in quali intervalli è crescente la funzione $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,
$$f(x) = (x+1)\sqrt{x}.$$

3. Calcolare
$$\lim_{x\to+\infty} e^{x-x^2}, \qquad \lim_{x\to 0+} \frac{x\log(x+\frac{1}{2})}{1-\cos(x)}$$

4. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione
$$f(x) = \log(1+e^{x^2}),$$
nel punto del grafico di ascissa -1.

5. Calcolare la derivata della funzione $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,
$$F(x) = \int_{x^2+1}^2 \sqrt{1+t^{1/2}}dt$$
e dire in quali intervalli la funzione è crescente.