Matematica, primo modulo. 15 settembre 2010

1. Dire in quali intervalli e' crescante o decrescente la funzione $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = x - \sqrt{x}$$

e individuarne i punti di massimo e minimo.

2. Scrivere la formula di Taylor del secondo ordine e di punto iniziale $x_0 = 2$ per la funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{x-1}.$$

3. Calcolare i limiti

$$\lim_{x\to 0} \exp\left(\frac{x}{x - \sin(x)}\right) \quad \text{e} \qquad \lim_{x\to 2} \frac{x^3 - 4x^2 + 4x}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$$

4. Calcolare gli integrali

$$\int_0^1 x \exp(1 + x^2)dx \qquad \text{e} \qquad \int_1^2 \log(\sqrt{x})dx$$

5. Calcolare la derivata della funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$F(x) = \int_0^{x^2} (t-1)e^t dt$$

e dire in quali intervalli F è crescente.

Matematica, primo modulo. 12 luglio 2010

1. Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$f(x) = (x^2+1)e^{-x^2}, \qquad \text{e} \qquad f(x) = \log\left(\frac{1+e^x}{1+e^{2x}}\right)$$

2. Calcolare

$$\int_2^3 (x+1)\log(x)dx \qquad \int_0^{\sqrt{\pi}} x\cos(\pi+x^2)dx$$

3. Dire in quali intervalli e' crescente o decrescente la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}.$$

   Determinarne poi i punti di massimo o di minimo.

4. Calcolare la derivata della funzione

$$F(x) = \int_0^{(x-1)^2} e^{t^2} dt$$

   e dire in quali intervalli F e' crescente/decrescante.

5. Calcolare

$$\lim_{x\to 0+} \frac{x+2x\sin(x)}{\cos(x)-1} \qquad \text{e} \qquad \lim_{x\to 3+} \frac{e^{x-3}-x+x^2-7}{x^2-9}.$$

MATEMATICA, PRIMO MODULO. 23 GIUGNO 2010

1. Calcolare i limiti
$$\lim_{x\to 0+} \frac{x(\sin(x))^2}{\sqrt{1+x^4}-1} \qquad \text{e} \qquad \lim_{x\to+\infty} x\exp(x-x^2).$$

2. Scrivere il polinomio di Taylor del secondo ordine della funzione
$$f(x) = \frac{\exp(2x)}{1+2x}$$
di punto iniziale $x_0 = -1$.

3. È data la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,
$$F(x) = \int_1^{2x} (t^2+t)e^t dt.$$
Calcolarne la derivata e dire in quali intervalli F è crescente/decrescente.

4. Stabilire in quali intervalli e' crescente/decrescente la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x+1)^2 \exp(x^2+2x)$.

5. Calcolare gli integrali
$$\int_0^{\sqrt{\pi}} x\big(1+\sin(x^2)\big)dx \quad \text{e} \quad \int_2^3 x^{1/2}\sqrt{1+x^{3/2}}dx.$$

Tempo: 2 ore. Si possono usare libri e appunti.

Matematica, primo modulo. 9 giugno 2010

1. È data la funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$,
$$f(x) = 2x + \frac{1}{x^2}.$$
Dire in quali intervalli f e' crescente/decrescente e individuare gli eventuali punti di massimo/minimo.

2. Scrivere la formula di Taylor del secondo ordine per la funzione $f(x) = \log(1+x^3)$ nel punto iniziale $x_0 = 1$.

3. Calcolare
$$\lim_{x\to 0+} \frac{1}{x^3} \int_{x^2}^{0} (\sqrt{t} + \sqrt{t^2 + t^3}) dt$$

4. Calcolare i limiti
$$\lim_{x\to +\infty} \frac{e^{x^2} + \log(x)}{\sqrt{x^2 + e^{2x^2}}} \qquad \text{e} \qquad \lim_{x\to 6} \frac{(\sqrt{x-2} - 2)(x+6)}{x^2 - 36}.$$

5. Calcolare
$$\int_2^3 \left(x + \frac{3}{2}x^2\right) \exp(1 + x^2 + x^3) dx \qquad \text{e} \qquad \int_2^1 x \log(x) dx.$$

Matematica, primo modulo. 25 marzo 2010

1. Calcolare
$$\lim_{x\to 1+} \frac{\sin(x-1)\log(2x-1)}{e^x - e}, \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{xe^{x^4}}{e^x - x}.$$

2. Dire in quali intervalli e' crescente la funzione $f :]0,+\infty[\to \mathbb{R}$,
$$f(x) = \log(x) - x^2.$$
Calcolare inoltre $\lim_{x\to 0+} f(x)$ e $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

3. Scrivere la retta tangente alla funzone $f(x) = e^{-x}$ nel punto (del grafico) di ascissa -1.

   Scrivere poi la retta tangente nel punto generico $a \in \mathbb{R}$. Per quali $a \in \mathbb{R}$ tale retta ha pendenza -1?

4. Calcolare gli integrali
$$\int_1^3 \frac{1}{\sqrt{x+3}}$$
e
$$\int_2^3 \Big(\frac{1}{x\log(x)} + \frac{\log(x)}{x} + x\log(x)\Big)dx.$$

Matematica, primo modulo. gennaio 2010

1. Scrivere il poinomio di Taylor del secondo ordine per la funzione $f(x) = xe^{-x^2}$ nel punto iniziale $x_0 = 1$.

2. Calcolare i limiti
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{(x+\sin(x))e^{-x}}{1+e^{-x^2+2x}} \qquad \text{e} \qquad \lim_{x\to 0+} \frac{\cos(e^{x^2}-1)-1}{x^3}$$

3. Calcolare usando la regola di de l'Hopital
$$\lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2}\int_x^{2x} te^{-t}dt$$

4. Calcolare gli integrali
$$\int_0^2 x\Big(e^{x^2}+1+\sqrt{x}\Big)dx \qquad \text{e} \qquad \int_0^\pi \Big(\sin(x)+\sin^2(x)\Big)\cos(x)dx$$

5. Data la funzione
$$f(x) = \exp\left(\frac{x^2}{1-x}\right),$$
Calcolare $\lim_{x\to 1-} f(x)$ e dire in quali intervalli f e' crescente o decrescente.