

Esercitazione Matematica I modulo *

A) Calcolare i seguenti limiti

1. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x^2}}{\sin(x)}$,
2. $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \tan(x)$
3. $\lim_{x \rightarrow -\pi^+} \tan(x)$
4. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\log(x+2)}{(x-1)\sin(x-1)}$
5. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\log x}{(x-1)\sin(x-1)}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-1}{e^{x^2}-1}$,
7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{e^x}\right)$
8. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^{-x}$,
9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x + \sin(x)$
10. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x - 2e^{-x}$
11. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \exp(x^2 + \sin(x))$,
12. $\lim_{x \rightarrow 0} \log(\sin^2(x))$
13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{x^2} - e^x$

B) Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ è continua la funzione

$$f(x) = \begin{cases} |x|^\alpha & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Dire per quali α , tra quelli che assicurano la continuità, esiste la derivata $f'(0)$.

C) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni rispetto alla variabile x :

1. $f(x) = x^2 \sin x + 2 \cos x$
2. $f(x) = x^2 (\sin x + 2 \cos x)$
3. $f(x) = (2x^3 - x)(2x^3 + x)$
4. $f(x) = (-x^2 + x - 1)e^x$
5. $f(x) = 4x\sqrt{x} - 5x\sqrt[3]{x}$
6. $f(x) = x \log x - x$
7. $f(x) = \frac{2x-1}{2x^3}$
8. $f(x) = \frac{1}{3 \log x}$
9. $f(x) = \frac{4}{x^2} - \frac{x^2}{4}$
10. $f(x) = \frac{x+a^x}{x-a^x}, \quad a > 0$
11. $f(x) = \frac{x \log x}{\sqrt{x}}$
12. $f(x) = \frac{1}{\sin x \cos x}$
13. $f(x) = 4 \sin(2x) - 3 \cos(3x + 1)$
14. $f(x) = \log(x^2 - 5x + 4)$

*Da consegnare venerdì 29 in classe. Non e' obbligatorio svolgere tutti gli esercizi. Ricevimento tutor giovedì 4 novembre, pomeriggio dalle 14.30

15. $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$

16. $f(x) = e^{x^2 - 5x + 4}$

17. $f(x) = \sin^3 x + \sin(x^3)$

18. $f(x) = \tan(1 + x + 3x^2)$

19. $f(x) = x^4 (2x^2 - 5)^3$

20. $f(x) = (\log x)^2 + 3 \log x + 2$

21. $f(x) = x 2^{-x^2}$

22. $f(x) = \log \log x$

23. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

24. $f(x) = \sqrt{\frac{4x^2+3}{2x-1}}$

25. $f(x) = \sqrt{\log(x^2 + 1)}$

26. $f(x) = \left(\frac{a}{a-x}\right)^2, \quad a > 0$

27. $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad \lambda > 0$

28. $f(x) = x^{r-1} e^{-x}, \quad r > 0$

29. $f(x) = x^{a-1} (1-x)^{b-1}, \quad a, b > 0$

30. $f(x) = \frac{1}{1+\exp(-x)}, \quad a \in \mathbb{R}, b > 0$

8. $f(x) = e^x + e^{-x}$

E) Per ciascuna delle seguenti funzioni, scrivere l'equazione della retta tangente al grafico nel punto di ascissa x_0 assegnato.

1. $f(x) = x^2$, con $x_0 = 1$

2. $f(x) = \frac{1}{x^2}$, con $x_0 = -2$

3. $f(x) = e^{1-x}$, con $x_0 = -1$

4. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+1}}$, con $x_0 = 1$

F) Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 20,$$

determinare i punti del grafico di f nei quali la tangente è orizzontale.

D) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni e dire in quali intervalli esse sono positive.

1. $f(x) = \frac{x^2-4}{(x+1)^2}$

2. $f(x) = e^{-(x-1)^2}$

3. $f(x) = x^2 \log x$

4. $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$

5. $f(x) = 2x^3 - x^4$

6. $f(x) = \log x - x$

7. $f(x) = (1+x^2) e^{-2x}$