

Esercitazione Matematica I modulo *

A) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni rispetto alla variabile x :

1. $f(x) = x^2 \sin x + 2 \cos x$
2. $f(x) = x^2 (\sin x + 2 \cos x)$
3. $f(x) = (2x^3 - x) (2x^3 + x)$
4. $f(x) = (-x^2 + x - 1) e^x$
5. $f(x) = 4x \sqrt{x} - 5x \sqrt[3]{x}$
6. $f(x) = x \log x - x$
7. $f(x) = \frac{2x-1}{2x^3}$
8. $f(x) = \frac{1}{3 \log x}$
9. $f(x) = \frac{4}{x^2} - \frac{x^2}{4}$
10. $f(x) = \frac{x+a^x}{x-a^x}, \quad a > 0$
11. $f(x) = \frac{x \log x}{\sqrt{x}}$
12. $f(x) = \frac{1}{\sin x \cos x}$
13. $f(x) = 4 \sin(2x) - 3 \cos(3x + 1)$
14. $f(x) = \log(x^2 - 5x + 4)$
15. $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$
16. $f(x) = e^{x^2 - 5x + 4}$
17. $f(x) = \sin^3 x + \sin(x^3)$
18. $f(x) = x^4 (2x^2 - 5)^3$
19. $f(x) = (\log x)^2 + 3 \log x + 2$
20. $f(x) = x 2^{-x^2}$
21. $f(x) = \log \log x$
22. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
23. $f(x) = \sqrt{\frac{4x^2+3}{2x-1}}$
24. $f(x) = \sqrt{\log(x^2 + 1)}$
25. $f(x) = \left(\frac{a}{a-x}\right)^2, \quad a > 0$
26. $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad \lambda > 0$
27. $f(x) = x^{r-1} e^{-x}, \quad r > 0$
28. $f(x) = x^{a-1} (1-x)^{b-1}, \quad a, b > 0$
29. $f(x) = \frac{1}{1+\exp(-x)}, \quad a \in \mathbb{R}, b > 0$

*Da consegnare venerdì 25 in classe.

B) Dire, calcolando la derivata e studiandone il segno, in quali intervalli sono crescenti le seguenti funzioni.

1. $f(x) = \frac{x^2-4}{(x+1)^2}$
2. $f(x) = e^{-(x-1)^2}$
3. $f(x) = x^2 \log x$
4. $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$

C) Dire in quali intervalli le seguenti funzioni sono crescenti o decrescenti e individuarne i punti di massimo o di minimo locale.

1. $f(x) = 2x^3 - x^4$
2. $f(x) = \log x - x$
3. $f(x) = (1+x^2)e^{-2x}$
4. $f(x) = e^x + e^{-x}$

D) Per ciascuna delle seguenti funzioni, scrivere l'equazione della retta tangente al grafico nel punto di ascissa $\bar{x} = 1$.

1. $f(x) = x^2$
2. $f(x) = \frac{1}{x^2}$
3. $f(x) = e^{1-x}$
4. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x+1}}$

E) Data $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 20,$$

determinare i punti del grafico di f nei quali la tangente è orizzontale.

F) Dimostrare, calcolandone la derivata, che la seguente funzione è costante su $]0, +\infty[$. Qual è il valore di tale costante?

$$f(x) = \log(x^2) - 2 \log(3x)$$