(1) Calcolare integrando per parti gli integrali

$$\int_2^3 x^2 \log x dx, \quad \int_0^1 xe^{-2x} dx, \quad \int_2^3 x^2 e^x dx, \quad \int_2^3 x \log(1+x) dx$$

(2) Consideriamo, data una funzione h continua, la sua funzione integrale di estremo inferiore $c = 0$ e la indichiamo con I. $I(x) = \int_0^x h(t)dt$. Il Teorema fondamentale del calcolo afferma che $I'(x) = f(x)$, per ogni $x \in \mathbb{R}$. Se f e' una funzione qualsiasi, quanto vale la derivata della funzione composta $x \mapsto I(f(x))$?

Usare la risposta alla domanda appena posta per calcolare le derivate

$$\frac{d}{dx} \int_0^{x^2} h(t)dt,$$

con h funzione continua, e

$$\frac{d}{dx} \int_0^{x^2+x} e^{-t^2} dt.$$

(3) Calcolare la derivata della funzione $F(x) = \displaystyle\int_0^{4x} \sin(t^2)dt$. Dire, applicando la regola di de l'Hopital, quanto vale

$$\lim_{x \to 0} \frac{F(x)}{x^3 + x^4}.$$

(4) Data la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$F(x) = \int_0^{x^4 - 4x} \exp(t^2) dt,$$

calcolare la derivata di F e dire in quali intervalli F e' crescente.

(5) Calcolare la derivata della funzione

$$F(x) = \int_{x^2}^2 \sqrt{t^2 + e^t}\, dt.$$

(Ricondursi ai casi precedenti per mezzo della convenzione $\int_a^b f = -\int_b^a f$.)

(6) Calcolare

$$\lim_{x \to +\infty} x^2 e^{-x}, \quad \lim_{x \to 1} \frac{1 - \cos(x-1)}{x^2 - 2\sin(x-1) - 1} \quad \lim_{x \to 0+} \frac{e^x - 1}{(x+1)\log(1 - x^2)}.$$

(7) Studiare in quali intervalli sono crescenti/decrescenti le funzioni

$$f :]0, +\infty[\to \mathbb{R}, \quad f(x) = x \log x,$$

$$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{e^x}{x},$$

$$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1}{x^2 - 1},$$

$$f : [-1, 1] \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt{1 - x^4},$$

$$f :]0, 4[\to \mathbb{R}, \quad f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{4 - x}$$