

**Foglio di esercizi numero 2**  
Corso di Algebra Lineare e Geometria  
Corso di Laurea Triennale in Astronomia

**Esercizio 1.** Sia  $U$  un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale  $V$ . Sia  $A$  un sottoinsieme di  $V$ . È vero che se  $Span\{A\} \subset U$  allora  $A \subset U$ ?

**Esercizio 2.** Per quali valori di  $k \in \mathbb{N}$  l'insieme dei polinomi di grado  $k$  nella variabile  $x$  è un sottospazio vettoriale di  $\mathbb{K}[x]$ ?

**Esercizio 3.** Considerati in  $\mathbb{Q}^4$  i sottospazi  $S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \mid x + z = 0, 3y - \right.$

$w = 0 \}$  e  $T = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} \mid x + z = 0, y + 2w = 0 \right\}$ , determinare due diversi

insiemi di generatori del sottospazio  $S \cap T$ .

**Esercizio 4.** Determinare l'intersezione e la somma dei seguenti sottospazi di  $\mathbb{K}^3$ :  $W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid x + y + z = 0 \right\}$ ,  $W_2 = Span\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ .

**Esercizio 5.** Sia  $S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{K}^3 \mid x^2 + y^2 = 1, z = 1 \right\}$ . Mostrare che  $S$  non è un sottospazio vettoriale di  $\mathbb{K}^3$  e determinare un insieme di generatori di  $Span\{S\}$ .

**Esercizio 6.** Sia  $S = \{p(x) \in \mathbb{K}_{\leq 3}[x] \mid p(1) = p(0) = 0\}$ . Stabilire se  $S$  è un sottospazio vettoriale di  $\mathbb{K}_{\leq 3}[x]$  e in caso affermativo determinare un insieme di generatori di  $S$ .

**Esercizio 7.** Siano  $B^+$  e  $B^-$  i sottospazi di  $M_3(\mathbb{K})$  costituiti dalle matrici triangolari superiori ed inferiori, rispettivamente. Determinare un insieme di generatori di  $B^+$ , un insieme di generatori di  $B^-$  ed un insieme di generatori di  $B^+ \cap B^-$ . Determinare inoltre  $Span\{B^+ \cup B^-\}$ .