COMPITO

Parziale 2, Algebra Lineare, Informatica per il Management (Morigi)

18 maggio 2011

NOME:

COGNOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

Non sono permessi telefonini, libri o appunti.

Ci sono 3 esercizi per un totale di 28 punti. Tutto il lavoro deve essere svolto su queste pagine. Non fate la brutta, siate chiari nei ragionamenti e *scrivete tutti i calcoli* necessari per rispondere alle domande, motivandoli.

In tutto il compito siano a', b', c' le ultime tre cifre non nulle del proprio numero di matricola, e siano $a = 10 - a'$, $b = 10 - b'$, $c = 10 - c'$.

1	
2	
3	
Totale	

Esercizio 1 (6 punti)

a) Si enuncino almeno due proprietà equivalenti all'affermazione: "L'applicazione lineare $F : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^4$ è suriettiva".

b) Si determini, se possibile, una applicazione lineare $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ tale che $\mathrm{Ker}\, T$ abbia dimensione 1. Si determini, se possibile, una applicazione lineare $T : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$ tale che $\mathrm{Im}\, T = \mathrm{span}\{\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, 2\mathbf{e}_3\}$.

Esercizio 2 (12 punti)
a) Sia $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ l'applicazione lineare definita da: $T(\mathbf{e}_1) = -\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3$, $T(\mathbf{e}_2) = k\mathbf{e}_1 + a\mathbf{e}_2 + a\mathbf{e}_3$, $T(\mathbf{e}_3) = c\mathbf{e}_1 - k\mathbf{e}_2 + c\mathbf{e}_3$. Stabilire per quali valori di k T è iniettiva e per quali valori di k il vettore $\mathbf{v} = b\mathbf{e}_2$ appartiene a Im T.

b) Sia ora $k = 0$ e sia $\mathcal{B} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2 + c\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_3\}$ un'altra base di $\mathbf{R}^3$. Si determini la matrice $A_{\mathcal{C},\mathcal{B}}$ associata a T rispetto alla base canonica $\mathcal{C}$ di $\mathbf{R}^2$ nel dominio e alla base $\mathcal{B}$ nel codominio.

c) Calcolare le coordinate del vettore $(a, a, -c)$ rispetto alla base $\mathcal{B}$ di $\mathbf{R}^3$.

Esercizio 3 (10 punti)
Chi ha $a = 2$ scriva $a + 2$ al posto di a.
Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -2 & -a+2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -2 & -2 & -a \end{pmatrix},$$

a) si calcolino gli autovalori e gli autospazi.

b) si stabilisca se A è diagonalizzabile, e in caso affermativo si trovino due matrici P tali che $P^{-1}AP$ sia diagonale.

CREDITO EXTRA (2 punti) Determinare, se possibile, una applicazione lineare $G : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ tale che $\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 - \mathbf{e}_3 \in \operatorname{Ker} G$.