Corso di Laurea in Informatica per il Management
Corso di ALGEBRA LINEARE. Docente: Prof.ssa Nicoletta Cantarini
Bologna 10 settembre 2012 - IV appello
TEMA 1

Risolvere i seguenti esercizi motivando ogni risposta:

Esercizio 1. (10 punti) In $\mathbb{R}^4$ si considerino i vettori

$$u_1 = (1, -1, 0, 0),\ u_2 = (2, 2, 0, 0),\ u_3 = (0, 0, -2, -2), u_4 = (0, 0, 3, 4).$$

1. Dopo aver verificato che $\mathcal{B} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ è una base di $\mathbb{R}^4$, si determinino le coordinate di $v = (-2, 0, 1, 1)$ rispetto alla base $\mathcal{B}$.
2. Posto $S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ determinare, se possibile, un sottoinsieme di $\mathcal{B}$ che sia una base di S.
3. Posto $T = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y = 0\}$ determinare, se possibile, un sottoinsieme di $\mathcal{B}$ che sia una base di T.
4. Determinare una base di $S \cap T$.

Esercizio 2. (10 punti) Sia Σ il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z, t:

$$\begin{cases} x - 2y + z + 2t = 1 \\ x - y - z = 0 \\ x - 3y + 3z + 4t = 2 \end{cases}$$

e sia $S = (1, 1, 0, 1) + \langle(2, 1, 1, -1/2)\rangle$.

(a) Stabilire se S è l'insieme delle soluzioni del sistema Σ;

(b) determinare, se possibile, un sistema lineare di 4 equazioni avente S come insieme di soluzioni.

3. (10 punti) Si consideri la matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} 0 & k & 0 \\ k & 0 & k \\ 0 & k^2 & 0 \end{pmatrix}$$

con $k \in \mathbb{R}$.

(a) Si determinino, se esistono, tutti i valori del parametro reale k tali che la matrice A_k sia invertibile.

(b) Si determinino, al variare di $k \in \mathbb{R}$, nucleo e immagine di A_k.

(c) Posto $k = 1$ si determinino autovalori e autovettori della matrice A_1 e si dica se essa è diagonalizzabile.

Corso di Laurea in Informatica per il Management
Corso di ALGEBRA LINEARE. Docente: Prof.ssa Nicoletta Cantarini
Bologna 10 settembre 2012 - IV appello
TEMA 2

Risolvere i seguenti esercizi motivando ogni risposta:

Esercizio 1. (10 punti) In $\mathbb{R}^4$ si considerino i vettori

$$u_1 = (-1, 1, 0, 0),\; u_2 = (0, 0, -1, -2),\; u_3 = (2, 2, 0, 0), u_4 = (0, 0, 3, 1).$$

1. Dopo aver verificato che $\mathcal{B} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ è una base di $\mathbb{R}^4$, si determinino le coordinate di $v = (1, 0, 1, -1)$ rispetto alla base $\mathcal{B}$.
2. Posto $S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ determinare, se possibile, un sottoinsieme di $\mathcal{B}$ che sia una base di S.
3. Posto $T = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y = 0\}$ determinare, se possibile, un sottoinsieme di $\mathcal{B}$ che sia una base di T.
4. Determinare una base di $S \cap T$.

Esercizio 2. (10 punti) Sia Σ il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z, t:

$$\begin{cases} -x + y - z = 0 \\ -2x + y + z + 2t = 1 \\ -3x + y + 3z + 4t = 2 \end{cases}$$

e sia $S = (1, 1, 0, 1) + \langle (1, 2, 1, -1/2) \rangle$.

(a) Stabilire se S è l'insieme delle soluzioni del sistema Σ;

(b) determinare, se possibile, un sistema lineare di 4 equazioni avente S come insieme di soluzioni.

3. (10 punti) Si consideri la matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} 0 & -k & 0 \\ -k & 0 & -k \\ 0 & -k^2 & 0 \end{pmatrix}$$

con $k \in \mathbb{R}$.

(a) Si determinino, se esistono, tutti i valori del parametro reale k tali che la matrice A_k sia invertibile.

(b) Si determinino, al variare di $k \in \mathbb{R}$, nucleo e immagine di A_k.

(c) Posto $k = 1$ si determinino autovalori e autovettori della matrice A_1 e si dica se essa è diagonalizzabile.

Corso di Laurea in Informatica per il Management
Corso di ALGEBRA LINEARE. Docente: Prof.ssa Nicoletta Cantarini
Bologna 10 settembre 2012 - IV appello
TEMA 3

Risolvere i seguenti esercizi motivando ogni risposta:

Esercizio 1. (10 punti) In $\mathbb{R}^4$ si considerino i vettori

$$u_1 = (2, -2, 0, 0),\ u_2 = (0, 0, -1, -1),\ u_3 = (0, 0, 2, 1), u_4 = (1, 1, 0, 0).$$

1. Dopo aver verificato che $\mathcal{B} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ è una base di $\mathbb{R}^4$, si determinino le coordinate di $v = (1, 0, -1, 1)$ rispetto alla base $\mathcal{B}$.
2. Posto $S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ determinare, se possibile, un sottoinsieme di $\mathcal{B}$ che sia una base di S.
3. Posto $T = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y = 0\}$ determinare, se possibile, un sottoinsieme di $\mathcal{B}$ che sia una base di T.
4. Determinare una base di $S \cap T$.

Esercizio 2. (10 punti) Sia Σ il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z, t:

$$\begin{cases} -x + y - z = 0 \\ x + y - 2z + 2t = 1 \\ 3x + y - 3z + 4t = 2 \end{cases}$$

e sia $S = (0, 1, 1, 1) + \langle(1, 2, 1, -1/2)\rangle$.

(a) Stabilire se S è l'insieme delle soluzioni del sistema Σ;

(b) determinare, se possibile, un sistema lineare di 4 equazioni avente S come insieme di soluzioni.

3. (10 punti) Si consideri la matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} 0 & -k & 0 \\ -k & 0 & -k^2 \\ 0 & -k & 0 \end{pmatrix}$$

con $k \in \mathbb{R}$.

(a) Si determinino, se esistono, tutti i valori del parametro reale k tali che la matrice A_k sia invertibile.

(b) Si determinino, al variare di $k \in \mathbb{R}$, nucleo e immagine di A_k.

(c) Posto $k = 1$ si determinino autovalori e autovettori della matrice A_1 e si dica se essa è diagonalizzabile.

Corso di Laurea in Informatica per il Management
Corso di ALGEBRA LINEARE. Docente: Prof.ssa Nicoletta Cantarini
Bologna 10 settembre 2012 - IV appello
TEMA 4

Risolvere i seguenti esercizi motivando ogni risposta:

Esercizio 1. (10 punti) In $\mathbb{R}^4$ si considerino i vettori

$$u_1 = (-2, 2, 0, 0),\ u_2 = (0, 0, -1, 1),\ u_3 = (-1, -1, 0, 0), u_4 = (0, 0, 2, 1).$$

1. Dopo aver verificato che $\mathcal{B} = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ è una base di $\mathbb{R}^4$, si determinino le coordinate di $v = (1, 1, 0, 1)$ rispetto alla base $\mathcal{B}$.
2. Posto $S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ determinare, se possibile, un sottoinsieme di $\mathcal{B}$ che sia una base di S.
3. Posto $T = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y = 0\}$ determinare, se possibile, un sottoinsieme di $\mathcal{B}$ che sia una base di T.
4. Determinare una base di $S \cap T$.

Esercizio 2. (10 punti) Sia Σ il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z, t:

$$\begin{cases} -x + y - t = 0 \\ x + y + 2z - 2t = 1 \\ 3x + y + 4z - 3t = 2 \end{cases}$$

e sia $S = (0, 1, 1, 1) + \langle (1, 2, -1/2, 1) \rangle$.

(a) Stabilire se S è l'insieme delle soluzioni del sistema Σ;

(b) determinare, se possibile, un sistema lineare di 4 equazioni avente S come insieme di soluzioni.

3. (10 punti) Si consideri la matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} 0 & k & 0 \\ k & 0 & k^2 \\ 0 & k & 0 \end{pmatrix}$$

con $k \in \mathbb{R}$.

(a) Si determinino, se esistono, tutti i valori del parametro reale k tali che la matrice A_k sia invertibile.

(b) Si determinino, al variare di $k \in \mathbb{R}$, nucleo e immagine di A_k.

(c) Posto $k = 1$ si determinino autovalori e autovettori della matrice A_1 e si dica se essa è diagonalizzabile.