

Domande.

1. Sia A una matrice diagonale. Quali sono i suoi autovalori?
2. Sia A una matrice triangolare. Quali sono i suoi autovalori?
3. Una matrice simile ad una matrice diagonalizzabile è diagonalizzabile?
4. Una matrice invertibile è diagonalizzabile?
5. Dimostrare, senza far uso del polinomio caratteristico, che la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ammette l'autovalore $\lambda = 0$.

6. Sia A una matrice per la quale il vettore v è un autovettore di autovalore λ . È vero che v è anche autovettore di A^2 ? Rispetto a quale autovalore?
7. Stabilire quali fra le seguenti matrici sono ortogonali:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 0 & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}.$$

8. Sia A una matrice ortogonale. Dimostrare che $\det(A) = \pm 1$.