

## Foglio di esercizi numero 4bis

Geometria 1B

a.a. 2023/24

**Esercizio 1.** Mostrare che le matrici

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

sono simili in  $M_3(\mathbb{Z}_3)$  ma non in  $M_3(\mathbb{Z}_5)$ .

**Esercizio 2.** Mostrare che una matrice  $A \in M_3(\mathbb{K})$  è univocamente determinata, a meno di coniugio, dal suo polinomio caratteristico e dal suo polinomio minimo.

**Esercizio 3.** Sia

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

e sia  $T$  l'endomorfismo di  $M_2(\mathbb{R})$  definito da:  $T(X) = AX$ .

Determinare la forma canonica razionale di  $T$  ed una corrispondente base canonica razionale.

**Esercizio 4.** Sia  $T$  un endomorfismo di un  $\mathbb{C}$ -spazio vettoriale  $V$  con polinomio caratteristico  $(x - 2)^4(x - 3)^2$ . Determinare tutte le possibili forme canoniche razionali e di Jordan per  $T$ .

**Esercizio 5.** Sia

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Determinare la forma canonica razionale  $C$  di  $A$ .
- Determinare una matrice  $H$  tale che  $H^{-1}AH = C$ .
- Determinare il polinomio minimo e il polinomio caratteristico di  $A$ .