

Programma Geometria 1A, a.a. 2018/19

Docenti: L. Migliorini, N. Cantarini

- Gruppi, anelli e campi
- L'anello $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$
- Spazi vettoriali su un campo: definizione e prime proprietà
- Lo spazio vettoriale K^n
- Esempi di \mathbb{R} -spazi vettoriali: \mathbb{R}^2 e \mathbb{R}^3
- Combinazioni lineari
- Lo spazio delle matrici $m \times n$ a coefficienti in un campo
- Lo spazio vettoriale $K[x]$ dei polinomi in una variabile a coefficienti in un campo
- Spazi vettoriali finitamente generati
- K^n e $M_{\{m \times n\}}(K)$ sono finitamente generati. $K[x]$ non è finitamente generato
- Sottospazi vettoriali: definizione, esempi e controesempi
- Lineare dipendenza e indipendenza
- Il teorema di scambio e sue principali conseguenze
- Base di uno spazio vettoriale: definizione, esempi e proprietà
- Tutte le basi di uno spazio vettoriale hanno la stessa cardinalità
- Dimensione di uno spazio vettoriale
- Costruzione di una base di uno spazio vettoriale: estrazione di una base da un insieme di generatori; completamento di un insieme di vettori linearmente indipendenti in una base.
- Intersezione e somma di spazi vettoriali. La formula di Grassmann. Somme dirette.
- Applicazioni lineari. Nucleo e immagine. Iniettività di una applicazione lineare e sue caratterizzazioni. Surrattività. Teorema del rango. Applicazioni lineari da K^m a K^n .
- Complementi diretti. Proiezioni.
- Matrice associata ad una applicazione lineare.
- Matrice del cambiamento di base.
- Composizione di applicazioni lineari
- Matrici simili.
- Prodotto di matrici
- Matrici a scala. Operazioni sulle righe e riduzione a scala.
- Sistemi lineari
- Il Teorema di Rouché-Capelli
- Equazioni parametriche e cartesiane di un sottospazio
- Il determinante
- Sviluppo di Laplace del determinante
- Teorema di Binet (senza dimostrazione)
- Lo spazio vettoriale $\text{Hom}(V, W)$
- Spazio duale
- Basi duali
- Annullatore di un sottospazio
- Matrici invertibili, calcolo della matrice inversa
- Regola di Cramer
- Autovalori ed autovettori di un endomorfismo
- Polinomio caratteristico
- Endomorfismi diagonalizzabili
- Invarianti di matrici simili

