Corso di Laurea in Informatica
Corso di ALGEBRA E GEOMETRIA.
Docente: Prof.ssa Nicoletta Cantarini
Simulazione di Prima Prova Parziale
Bologna, 19 aprile 2013

Esercizio 1. Si dica per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ il seguente sistema lineare, nelle incognite x, y, z, t, ammette soluzioni:

$$\begin{cases} x + 2y + 5t = 0 \\ 2x + 5y + 11t = 4 \\ x + y + (k^2 - k)z + (5 - k^2)t = -k^2 - 3 \\ -y + 2(k^2 - k)z + (3k^2 - 4)t = 2(k^2 + k - 4) \end{cases}$$

Risolvere il sistema per i valori di k per i quali la soluzione non è unica.

Esercizio 2. Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^4$:

$$S = \langle (2, 1, 3, 1), (1, 0, 1, 1), (0, 1, 1, -1) \rangle; \quad T = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y - z = 0\}.$$

1) Calcolare la dimensione di S e T e determinare una base per ciascuno di essi;

2) dette, rispettivamente, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{C}$ le basi di S e T determinate rispondendo alla domanda precedente, stabilire se il vettore $v = (1, 1, 2, 0)$ appartiene ad S e/o a T. In caso affermativo, determinare le coordinate di v rispetto alle basi $\mathcal{B}$ e/o $\mathcal{C}$;

3) stabilire se $S = T$. In caso contrario determinare $S \cap T$;

4) determinare, se possibile, un sottospazio W di $\mathbb{R}^4$ di dimensione 2 tale che $\dim(S \cap W) = 1$; un siffatto sottospazio è unico? È possibile scegliere un siffatto W tale che $W \subset T$?

5) determinare il più piccolo sottospazio di $\mathbb{R}^4$ contenente sia S che T.