Corso di Laurea in Informatica
Corso di ALGEBRA E GEOMETRIA.
Docente: Prof.ssa Nicoletta Cantarini
Simulazione di Prima Prova Parziale
Bologna, 11 aprile 2014

Esercizio 1. (15 punti) Si consideri il seguente sistema lineare, nelle incognite x, y, z, al variare dei parametri reali k ed a:

$$\begin{cases} x + 2y + kz = 0 \\ ky - z = 1 \\ kx + z = a \end{cases}$$

(i) Stabilire per quali valori dei parametri k ed a il sistema ammette soluzioni.

(ii) Posto $a = -1$, determinare per quali valori del parametro k il sistema ammette soluzioni e, quando possibile, determinare tali soluzioni.

Esercizio 2. (15 punti) Si consideri il sottoinsieme di $\mathbb{R}^3$: $\mathcal{B}_t = \{(1, -4, 0), (0, 1, t), (1, -t, 3)\}$ al variare di $t \in \mathbb{R}$ e sia $S_t = \langle \mathcal{B}_t \rangle$.

1) Stabilire per quali valori di t l'insieme $\mathcal{B}_t$ è una base di $\mathbb{R}^3$;

2) determinare una base $\mathcal{C}_t$ di S_t al variare di $t \in \mathbb{R}$ e completarla in una base di $\mathbb{R}^3$;

3) stabilire se i vettori $(1, 0, 0)_{\mathcal{B}_0}$ e $(1, 0, 0)_{\mathcal{B}_2}$ coincidono;

4) stabilire se $S_3 \cup S_1$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$;

5) esiste un sottospazio vettoriale non banale di $\mathbb{R}^3$ contenuto in S_t per ogni $t \in \mathbb{R}$? In caso affermativo determinarne una base.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata. Tutte le risposte non giustificate verranno ignorate.