

**Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche**

Algebra e Geometria

Prof.ssa N. Cantarini - Prof. F. Caselli

Prima prova parziale

Cesena, 27 aprile 2015

TEMA n.1

**Esercizio 1.** (15 punti) Si consideri il seguente sistema lineare:

$$\Sigma_t : \begin{cases} tx + 2y = t \\ 2x + ty = 2 \\ y + tz = 1 \end{cases}$$

al variare del parametro reale  $t$ .

- (a) Stabilire per quali valori di  $t$  il sistema ammette soluzioni.
- (b) Risolvere il sistema lineare  $\Sigma_t$  per  $t = 2$ .
- (c) Stabilire se esistono valori di  $t$  tali che il sistema lineare  $\Sigma_t$  sia equivalente all'equazione  $x + 2y = 1$  (nelle incognite  $x, y, z$ ).

**Esercizio 2.** (15 punti) Un vettore di  $\mathbb{R}^n$  si dice simmetrico se le sue componenti possono essere lette indifferentemente da destra verso sinistra o da sinistra verso destra. In  $\mathbb{R}^4$ , con coordinate  $x, y, z, t$  rispetto alla base canonica, sia  $U$  l'insieme dei vettori simmetrici e  $W$  il sottospazio di equazione  $x - y - z = 0$ .

- (a) Verificare che  $U$  è un sottospazio di  $\mathbb{R}^4$ ;
- (b) determinare la dimensione e una base  $\mathcal{B}$  di  $U$ ;
- (c) determinare la dimensione e una base  $\mathcal{C}$  di  $W$ ;
- (d) determinare se esiste un sottospazio  $T$  di  $\mathbb{R}^4$  di dimensione 2 tale che  $T + U = T + W$ ;
- (e) determinare  $U \cap W$ ;
- (f) scelto un vettore  $v \in U \cap W$ , determinare le coordinate di  $v$  rispetto alle basi  $\mathcal{B}$  e  $\mathcal{C}$  di  $U$  e  $W$  determinate nei punti (b) e (c).

**N.B. Tutte le risposte vanno opportunamente giustificate. Ogni risposta non motivata verrà ignorata**