NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.1

III APPELLO DI ALGEBRA E GEOMETRIA, 01/09/2016

Esercizio 1 (8 punti) Si consideri, al variare del parametro reale k, il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z:

$$\begin{cases} kx + 2ky + kz = k \\ 2kx + ky + kz = k \\ kx + ky + 2kz = k \end{cases}$$

a) Risolvere il sistema al variare di k.

b) Determinare, se possibile, un sistema lineare equivalente a quello assegnato per ogni $k \neq 0$.

Esercizio 2 (10 punti) Siano $S = \{p(x) \in \mathbb{R}_{\leq 3}[x] \mid p(0) = 0\}$ e $T = \{p(x) \in \mathbb{R}_{\leq 3}[x] \mid p'(0) = 1\}$ (essendo $p'(x)$ la derivata del polinomio $p(x)$ rispetto ad x).

a) Stabilire se S e T sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ e, in caso affermativo, determinarne una base.

b) Stabilire se $S \cap T$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$.

c) Determinare il più piccolo sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ contenente $S \cap T$.

Esercizio 3 (12 punti) Sia f l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ definito da:

$$f(x, y, z) = (x + z, y, x + z).$$

a) Determinare una base del nucleo ed una base dell'immagine di f;

b) stabilire se f è invertibile;

c) stabilire se f è diagonalizzabile e determinare, in tal caso, una sua forma diagonale ed una base di autovettori;

d) determinare, se possibile, una funzione non nulla $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, tale che $g \circ f = 0$;

e) scrivere la forma esplicita della funzione $f \circ g$.

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.2

III APPELLO DI ALGEBRA E GEOMETRIA, 01/09/2016

Esercizio 1 (8 punti) Si consideri, al variare del parametro reale k, il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z:

$$\begin{cases} kx + 3ky + kz = 3k \\ 3kx + ky + kz = 3k \\ kx + ky + 3kz = 3k \end{cases}$$

a) Risolvere il sistema al variare di k.

b) Determinare, se possibile, un sistema lineare equivalente a quello assegnato per ogni $k \neq 0$.

Esercizio 2 (10 punti) Siano $S = \{p(x) \in \mathbb{R}_{\leq 3}[x] \mid p(0) = 1\}$ e $T = \{p(x) \in \mathbb{R}_{\leq 3}[x] \mid p'(0) = 0\}$ (essendo $p'(x)$ la derivata del polinomio $p(x)$ rispetto ad x).

a) Stabilire se S e T sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ e, in caso affermativo, determinarne una base.

b) Stabilire se $S \cap T$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$.

c) Determinare il più piccolo sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ contenente $S \cap T$.

Esercizio 3 (12 punti) Sia f l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ definito da:

$$f(x, y, z) = (x - z, -y, -x + z).$$

a) Determinare una base del nucleo ed una base dell'immagine di f;

b) stabilire se f è invertibile;

c) stabilire se f è diagonalizzabile e determinare, in tal caso, una sua forma diagonale ed una base di autovettori;

d) determinare, se possibile, una funzione non nulla $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, tale che $g \circ f = 0$;

e) scrivere la forma esplicita della funzione $f \circ g$.

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.3

III APPELLO DI ALGEBRA E GEOMETRIA, 01/09/2016

Esercizio 1 (8 punti) Si consideri, al variare del parametro reale k, il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z:

$$\begin{cases} kx + 2ky + 2kz = k \\ 2kx + 2ky + kz = k \\ 2kx + ky + 2kz = k \end{cases}$$

a) Risolvere il sistema al variare di k.
b) Determinare, se possibile, un sistema lineare equivalente a quello assegnato per ogni $k \neq 0$.

Esercizio 2 (10 punti) Siano $S = \{p(x) \in \mathbb{R}_{\leq 3}[x] \mid p(1) = 0\}$ e $T = \{p(x) \in \mathbb{R}_{\leq 3}[x] \mid p'(0) = 1\}$ (essendo $p'(x)$ la derivata del polinomio $p(x)$ rispetto ad x).

a) Stabilire se S e T sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ e, in caso affermativo, determinarne una base.
b) Stabilire se $S \cap T$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$.
c) Determinare il più piccolo sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ contenente $S \cap T$.

Esercizio 3 (12 punti) Sia f l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ definito da:

$$f(x, y, z) = (x - z, 3y, -x + z).$$

a) Determinare una base del nucleo ed una base dell'immagine di f;
b) stabilire se f è invertibile;
c) stabilire se f è diagonalizzabile e determinare, in tal caso, una sua forma diagonale ed una base di autovettori;
d) determinare, se possibile, una funzione non nulla $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, tale che $g \circ f = 0$;
e) scrivere la forma esplicita della funzione $f \circ g$.