NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.1

II PROVA PARZIALE DI ALGEBRA E GEOMETRIA, 27/05/2016

Esercizio 1 (23 punti) Si consideri, al variare di $k \in \mathbb{R}$, l'endomorfismo f_k di $\mathbb{R}^3$ associato, rispetto alla base canonica, alla seguente matrice:

$$F_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ k & k^2 & k-1 \\ -k & 0 & -k \end{pmatrix}$$

(1) Determinare una base di $\ker f_k$ ed una base di Imf_k al variare di $k \in \mathbb{R}$;
(2) stabilire se esistono valori di k tali che la somma di $\ker f_k$ e di Imf_k sia diretta;
(3) posto $k = 0$, calcolare la controimmagine mediante f_0 del vettore $(1, -1, 0)$;
(4) stabilire se esistono valori di k tali che 0 sia autovalore di f_k;
(5) stabilire se esistono valori di k tali che il vettore $(1, 0, 1)$ sia autovettore di f_k;
(6) stabilire per quali valori di k l'endomorfismo f_k è diagonalizzabile;
(7) stabilire se esistono valori di k tali che F_k sia simile alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix};$$

(8) stabilire per quali valori di k la funzione $f_k \circ f_k$ è invertibile;
(9) costruire, se possibile, una funzione $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ tale che $f_0 \circ g$ sia iniettiva.

Esercizio 2 (9 punti) Sia $A \in M_4(\mathbb{R})$ la matrice che ha $U = \langle(1, 0, 1, 0), (0, 1, 1, 1)\rangle$ e $V = \langle(0, 1, 0, -1), (0, 0, -1, 1)\rangle$ come autospazi relativi a 1 e 3 rispettivamente.
(1) Stabilire se il vettore $(1, 0, 1, 0) + (0, 1, 0, -1)$ è autovettore di A;
(2) stabilire se A è diagonalizzabile e in caso affermativo determinare la sua forma diagonale;
(3) calcolare il determinante di A;
(4) calcolare il rango di A.

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.2

II PROVA PARZIALE DI ALGEBRA E GEOMETRIA, 27/05/2016

Esercizio 1 (23 punti) Si consideri, al variare di $k \in \mathbb{R}$, l'endomorfismo f_k di $\mathbb{R}^3$ associato, rispetto alla base canonica, alla seguente matrice:

$$F_k = \begin{pmatrix} 1 & k & -k \\ 0 & k^2 & 0 \\ 0 & k-1 & -k \end{pmatrix}$$

(1) Determinare una base di $\ker f_k$ ed una base di Imf_k al variare di $k \in \mathbb{R}$;
(2) stabilire se esistono valori di k tali che la somma di $\ker f_k$ e di Imf_k sia diretta;
(3) posto $k = 0$, calcolare la controimmagine mediante f_0 del vettore $(1, 0, -1)$;
(4) stabilire se esistono valori di k tali che 0 sia autovalore di f_k;
(5) stabilire se esistono valori di k tali che il vettore $(0, 1, 1)$ sia autovettore di f_k;
(6) stabilire per quali valori di k l'endomorfismo f_k è diagonalizzabile;
(7) stabilire se esistono valori di k tali che F_k sia simile alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix};$$

(8) stabilire per quali valori di k la funzione $f_k \circ f_k$ è invertibile;
(9) costruire, se possibile, una funzione $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ tale che $f_0 \circ g$ abbia un'immagine di dimensione 2.

Esercizio 2 (9 punti) Sia $A \in M_4(\mathbb{R})$ la matrice che ha $U = \langle(1, 0, 1, 0), (0, 1, 1, 1)\rangle$ e $V = \langle(0, 0, 0, -1), (0, 0, -1, 1)\rangle$ come autospazi relativi a 2 e -1 rispettivamente.

(1) Stabilire se il vettore $(1, 0, 1, 0) + (0, 0, 0, -1)$ è autovettore di A;
(2) stabilire se A è diagonalizzabile e in caso affermativo determinare la sua forma diagonale;
(3) calcolare il determinante di A;
(4) calcolare il rango di A.

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.3

II PROVA PARZIALE DI ALGEBRA E GEOMETRIA, 27/05/2016

Esercizio 1 (23 punti) Si consideri, al variare di $k \in \mathbb{R}$, l'endomorfismo f_k di $\mathbb{R}^3$ associato, rispetto alla base canonica, alla seguente matrice:

$$F_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -k & k^2 & -k-1 \\ k & 0 & k \end{pmatrix}$$

(1) Determinare una base di $\ker f_k$ ed una base di Imf_k al variare di $k \in \mathbb{R}$;
(2) stabilire se esistono valori di k tali che la somma di $\ker f_k$ e di Imf_k sia diretta;
(3) posto $k = 0$, calcolare la controimmagine mediante f_0 del vettore $(2, -2, 0)$;
(4) stabilire se esistono valori di k tali che 0 sia autovalore di f_k;
(5) stabilire se esistono valori di k tali che il vettore $(1, 1, 1)$ sia autovettore di f_k;
(6) stabilire per quali valori di k l'endomorfismo f_k è diagonalizzabile;
(7) stabilire se esistono valori di k tali che F_k sia simile alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix};$$

(8) stabilire per quali valori di k la funzione $f_k \circ f_k$ è invertibile;
(9) costruire, se possibile, una funzione $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tale che $g \circ f_0$ sia suriettiva.

Esercizio 2 (9 punti) Sia $A \in M_4(\mathbb{R})$ la matrice che ha $U = \langle(1, 0, 1, 0), (0, 1, 1, 2)\rangle$ e $V = \langle(0, 0, 0, -1), (0, 0, -1, 1)\rangle$ come autospazi relativi a 0 e 2 rispettivamente.
(1) Stabilire se il vettore $(1, 0, 1, 0) + (0, 0, 1, -1)$ è autovettore di A;
(2) stabilire se A è diagonalizzabile e in caso affermativo determinare la sua forma diagonale;
(3) calcolare il determinante di A;
(4) calcolare il rango di A.

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.4

II PROVA PARZIALE DI ALGEBRA E GEOMETRIA, 27/05/2016

Esercizio 1 (23 punti) Si consideri, al variare di $k \in \mathbb{R}$, l'endomorfismo f_k di $\mathbb{R}^3$ associato, rispetto alla base canonica, alla seguente matrice:

$$F_k = \begin{pmatrix} 1 & -k & k \\ 0 & k^2 & 0 \\ 0 & -k-1 & k \end{pmatrix}$$

(1) Determinare una base di $\ker f_k$ ed una base di Imf_k al variare di $k \in \mathbb{R}$;
(2) stabilire se esistono valori di k tali che la somma di $\ker f_k$ e di Imf_k sia diretta;
(3) posto $k = 0$, calcolare la controimmagine mediante f_0 del vettore $(2, 0, -1)$;
(4) stabilire se esistono valori di k tali che 0 sia autovalore di f_k;
(5) stabilire se esistono valori di k tali che il vettore $(1, -1, -1)$ sia autovettore di f_k;
(6) stabilire per quali valori di k l'endomorfismo f_k è diagonalizzabile;
(7) stabilire se esistono valori di k tali che F_k sia simile alla matrice
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix};$$
(8) stabilire per quali valori di k la funzione $f_k \circ f_k$ è invertibile;
(9) costruire, se possibile, una funzione $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ tale che $g \circ f_0$ abbia un nucleo di dimensione uno.

Esercizio 2 (9 punti) Sia $A \in M_4(\mathbb{R})$ la matrice che ha $U = \langle(1, 0, 1, 0), (0, 1, 1, 1)\rangle$ e $V = \langle(0, 0, 0, -3), (0, 0, -1, 1)\rangle$ come autospazi relativi a 1 e -1 rispettivamente.
(1) Stabilire se il vettore $(1, 0, 1, 0) + (0, 0, -1, 1)$ è autovettore di A;
(2) stabilire se A è diagonalizzabile e in caso affermativo determinare la sua forma diagonale;
(3) calcolare il determinante di A;
(4) calcolare il rango di A.