

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.1

---

I PROVA PARZIALE DI ALGEBRA E GEOMETRIA, 08/04/2016

**Esercizio 1** (13 punti) Si consideri, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x + ky = -2 \\ kx - 2z = 0 \\ 2x - kz = -4 \end{cases}$$

- Stabilire per quali valori di  $k$  il sistema ha soluzioni.
- Determinare, quando possibile, le soluzioni del sistema.
- Stabilire se esistono valori di  $k$  tali che il sistema assegnato sia equivalente ad un sistema lineare di due equazioni in tre incognite e, in caso affermativo, determinare tale sistema.

**Esercizio 2** (19 punti) Si considerino i sottospazi  $T = \langle (1, -1, 1, -1), (2, -3, 2, 3), (0, 1, 0, -5) \rangle$ ,  $S = \{(x, y, z, t) : x - z = 0\}$  di  $\mathbb{R}^4$ .

- Determinare una base  $B_S$  di  $S$  e una base  $B_T$  di  $T$ ;
- verificare che  $T \subset S$ ;
- completare  $B_T$  in una base  $C_S$  di  $S$ ;
- determinare, se possibile, un sottospazio  $W$  di  $\mathbb{R}^4$  di dimensione 3 tale che  $T \cap W = \langle (0, 1, 0, -5) \rangle$ ;
- determinare un sistema lineare avente  $T$  come insieme di soluzioni;
- determinare tutti i vettori  $v$  di  $S$  che abbiano le stesse coordinate rispetto alla base  $B_S$  e alla base  $C_S$ .

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.2

---

I PROVA PARZIALE DI ALGEBRA E GEOMETRIA, 08/04/2016

**Esercizio 1** (13 punti) Si consideri, al variare di  $k \in \mathbb{R}$ , il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x + kz = -2 \\ kx - 2y = 0 \\ 2x - ky = -4 \end{cases}$$

- a) Stabilire per quali valori di  $k$  il sistema ha soluzioni.
- b) Determinare, quando possibile, le soluzioni del sistema.
- c) Stabilire se esistono valori di  $k$  tali che il sistema assegnato sia equivalente ad un sistema lineare di due equazioni in tre incognite e, in caso affermativo, determinare tale sistema.

**Esercizio 2** (19 punti) Si considerino i sottospazi  $T = \langle (2, 1, 1, -1), (2, 2, 2, 3), (0, -1, -1, -4) \rangle$ ,  $S = \{(x, y, z, t) : y - z = 0\}$  di  $\mathbb{R}^4$ .

- (1) Determinare una base  $B_S$  di  $S$  e una base  $B_T$  di  $T$ ;
- (2) verificare che  $T \subset S$ ;
- (3) completare  $B_T$  in una base  $C_S$  di  $S$ ;
- (4) determinare, se possibile, un sottospazio  $W$  di  $\mathbb{R}^4$  di dimensione 3 tale che  $T \cap W = \langle (0, 1, 1, 4) \rangle$ ;
- (5) determinare un sistema lineare avente  $T$  come insieme di soluzioni;
- (6) determinare tutti i vettori  $v$  di  $S$  che abbiano le stesse coordinate rispetto alla base  $B_S$  e alla base  $C_S$ .

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.3

---

I PROVA PARZIALE DI ALGEBRA E GEOMETRIA, 08/04/2016

**Esercizio 1** (13 punti) Si consideri, al variare di  $t \in \mathbb{R}$ , il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x + ty = -2 \\ tx - 2z = 0 \\ 3x + ty - tz = -6 \end{cases}$$

- a) Stabilire per quali valori di  $t$  il sistema ha soluzioni.
- b) Determinare, quando possibile, le soluzioni del sistema.
- c) Stabilire se esistono valori di  $t$  tali che il sistema assegnato sia equivalente ad un sistema lineare di due equazioni in tre incognite e, in caso affermativo, determinare tale sistema.

**Esercizio 2** (19 punti) Si considerino i sottospazi  $T = \langle (2, -1, -2, -1), (2, -3, -2, 3), (0, -1, 0, 2) \rangle$ ,  $S = \{(x, y, z, t) : x + z = 0\}$  di  $\mathbb{R}^4$ .

- (1) Determinare una base  $B_S$  di  $S$  e una base  $B_T$  di  $T$ ;
- (2) verificare che  $T \subset S$ ;
- (3) completare  $B_T$  in una base  $C_S$  di  $S$ ;
- (4) determinare, se possibile, un sottospazio  $W$  di  $\mathbb{R}^4$  di dimensione 3 tale che  $T \cap W = \langle (0, 1, 0, -2) \rangle$ ;
- (5) determinare un sistema lineare avente  $T$  come insieme di soluzioni;
- (6) determinare tutti i vettori  $v$  di  $S$  che abbiano le stesse coordinate rispetto alla base  $B_S$  e alla base  $C_S$ .

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.4

---

I PROVA PARZIALE DI ALGEBRA E GEOMETRIA, 08/04/2016

**Esercizio 1** (13 punti) Si consideri, al variare di  $t \in \mathbb{R}$ , il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x + tz = -2 \\ tx - 2y = 0 \\ 3x - ty + tz = -6 \end{cases}$$

- a) Stabilire per quali valori di  $t$  il sistema ha soluzioni.
- b) Determinare, quando possibile, le soluzioni del sistema.
- c) Stabilire se esistono valori di  $t$  tali che il sistema assegnato sia equivalente ad un sistema lineare di due equazioni in tre incognite e, in caso affermativo, determinare tale sistema.

**Esercizio 2** (19 punti) Si considerino i sottospazi  $T = \langle (2, -1, 1, -1), (2, 2, -2, 3), (0, 3, -3, 4) \rangle$ ,  $S = \{(x, y, z, t) : y + z = 0\}$  di  $\mathbb{R}^4$ .

- (1) Determinare una base  $B_S$  di  $S$  e una base  $B_T$  di  $T$ ;
- (2) verificare che  $T \subset S$ ;
- (3) completare  $B_T$  in una base  $C_S$  di  $S$ ;
- (4) determinare, se possibile, un sottospazio  $W$  di  $\mathbb{R}^4$  di dimensione 3 tale che  $T \cap W = \langle (0, 3, -3, 4) \rangle$ ;
- (5) determinare un sistema lineare avente  $T$  come insieme di soluzioni;
- (6) determinare tutti i vettori  $v$  di  $S$  che abbiano le stesse coordinate rispetto alla base  $B_S$  e alla base  $C_S$ .