Foglio 5

Corso di Algebra e Geometria

Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche

Esercizio 1. Sia
$$F = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$
la matrice di una applicazione lineare $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ rispetto alla base $\mathcal{B} = \{(1,1),(1,-1)\}$ di $\mathbb{R}^2$ e alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.

(a) Calcolare la matrice $M_{\mathcal{C}}^{\mathcal{B}}$ del cambiamento di base dalla base canonica $\mathcal{C}$ di $\mathbb{R}^2$ alla base $\mathcal{B}$.

(b) Determinare la matrice associata ad f rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^2$ e alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.

Esercizio 2. Sia
$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
la matrice del cambiamento di base da una base $\mathcal{B}$ di $\mathbb{R}^3$ alla base $\{(1,2,2), (0,1,-1), (1,2,1)\}$. Determinare i vettori della base $\mathcal{B}$.

Esercizio 3. Si consideri la matrice
$$A_a = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a \\ a & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$
Stabilire per quali valori di a la matrice A_a può essere letta come la matrice del cambiamento di base da una base $\mathcal{B}$ alla base canonica. Per uno dei valori trovati determinare la matrice del cambiamento di base dalla base canonica alla base $\mathcal{B}$.

Esercizio 4. Sia f un endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ tale che $f(2,1,2) = (0,0,0)$, $f(1,-2,0) = (1,-2,0)$, $f(0,0,1) = (0,0,0)$. Determinare la matrice di f rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.