

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false e perché.

1. Siano W_1, W_2 sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^3 tali che $\dim W_1 > \dim W_2$. Allora W_1 contiene W_2 .
2. In \mathbb{R}^2 esistono infiniti sottospazi vettoriali di dimensione uno.
3. Se w_1, w_2 sono due vettori linearmente indipendenti di uno spazio vettoriale V allora anche i vettori $w_1 + w_2, w_1 - w_2$ sono linearmente indipendenti.
4. Se $\{v_1, v_2, v_3\}$ sono generatori di uno spazio vettoriale V allora $\{v_1, v_3\}$ non può essere una base di V .
5. Esistono almeno due applicazioni lineari diverse $S, T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tali che $ImS = ImT$.
6. Una matrice a coefficienti reali con 8 righe e 12 colonne può avere rango 20.
7. Esistono sistemi lineari di 3 equazioni in 5 incognite a coefficienti reali con 15 soluzioni.
8. Se S e T sono sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^3 di dimensione due allora la loro somma non può essere diretta.
9. Se S e T sono sottospazi vettoriali distinti di \mathbb{R}^3 di dimensione 1 allora la loro somma è diretta.
10. Se due vettori, entrambi non nulli, sono ortogonali allora sono linearmente indipendenti.
11. Se due vettori di \mathbb{R}^2 sono linearmente indipendenti allora generano \mathbb{R}^2 .
12. Due vettori di \mathbb{R}^2 generano sempre \mathbb{R}^2 .
13. Ogni matrice quadrata di ordine due è diagonalizzabile.
14. Se una matrice quadrata A è invertibile allora è diagonalizzabile.
15. Se una matrice quadrata A è diagonalizzabile allora è invertibile.