**Corso di Laurea in INGEGNERIA GESTIONALE**
**Canale L-Z, Professori Cantarini - Regonati**
**Geometria e Algebra**
Bologna 12 Febbraio 2013
II prova parziale/III appello
Tema n.1

**Risolvere i seguenti esercizi (Attenzione: gli esercizi 3, 4 e 5 costituiscono la seconda prova parziale):**

**Esercizio 1.** (8 punti) Sia
$$S = (1,0,1) + \langle (0,1,1) \rangle \subset \mathbb{R}^3.$$

(a) Determinare, se possibile, una equazione lineare avente $S$ come insieme di soluzioni.

(b) Determinare, se possibile, un sistema lineare di due equazioni avente $S$ come insieme di soluzioni.

(c) Determinare, se possibile, un sistema lineare di tre equazioni avente $S$ come insieme di soluzioni.

(d) Determinare, se possibile, un sistema lineare omogeneo avente $S$ come insieme di soluzioni.

**Esercizio 2.** (7 punti) Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^3$:
$$S = \langle (1,0,1), (0,1,-1), (1,1,0) \rangle, \quad T_k = \langle (1,-1,k), (2,3,-1) \rangle, \ k \in \mathbb{R}.$$

(a) Calcolare la dimensione di $S$ e la dimensione di $T_k$ al variare di $k$ e determinare una base di ciascuno di questi sottospazi.

(b) Stabilire se esistono valori di $k \in \mathbb{R}$ tali che si abbia $S = T_k$.

(c) Stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme $S \cup T_k$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$.

**Esercizio 3.** (5 punti) Si determinino i valori del parametro reale $k$ per i quali è diagonalizzabile la matrice
$$A_k = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2-k & 1 \end{bmatrix}.$$

**Esercizio 4.** (5 punti) Si diagonalizzi, se possibile, la matrice
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix};$$
si verifichi il risultato trovato.

**Esercizio 5.** (5 punti) Siano $a = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ vettori di $\mathbb{R}^3$ e sia $V = \langle a, b \rangle$ il piano da essi generato. Si determini la matrice che rappresenta la funzione $\mathrm{pr}_V : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ proiezione ortogonale su $V$.

**ATTENZIONE: ogni risposta deve essere opportunamente motivata. Qualsiasi risposta non motivata verrà ignorata.**

**Corso di Laurea in INGEGNERIA GESTIONALE**
**Canale L-Z, Professori Cantarini - Regonati**
**Geometria e Algebra**
Bologna 12 Febbraio 2013
II prova parziale/III appello
Tema n.2

**Risolvere i seguenti esercizi (Attenzione: gli esercizi 3, 4 e 5 costituiscono la seconda prova parziale)**:

**Esercizio 1.** (8 punti) Sia
$$S = (1, 0, -1) + \langle (0, 1, -1) \rangle \subset \mathbb{R}^3.$$

(a) Determinare, se possibile, una equazione lineare avente $S$ come insieme di soluzioni.

(b) Determinare, se possibile, un sistema lineare di due equazioni avente $S$ come insieme di soluzioni.

(c) Determinare, se possibile, un sistema lineare di tre equazioni avente $S$ come insieme di soluzioni.

(d) Determinare, se possibile, un sistema lineare omogeneo avente $S$ come insieme di soluzioni.

**Esercizio 2.** (7 punti) Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^3$:
$$S = \langle (1, 0, -1), (0, 1, 1), (1, 1, 0) \rangle, \quad T_k = \langle (1, -1, k), (2, 1, -1) \rangle, \ k \in \mathbb{R}.$$

(a) Calcolare la dimensione di $S$ e la dimensione di $T_k$ al variare di $k$ e determinare una base di ciascuno di questi sottospazi.

(b) Stabilire se esistono valori di $k \in \mathbb{R}$ tali che si abbia $S = T_k$.

(c) Stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme $S \cup T_k$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$.

**Esercizio 3.** (5 punti) Si determinino i valori del parametro reale $k$ per i quali è diagonalizzabile la matrice
$$A_k = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2-k & 2 \end{bmatrix}.$$

**Esercizio 4.** (5 punti) Si diagonalizzi, se possibile, la matrice
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix};$$
si verifichi il risultato trovato.

**Esercizio 5.** (5 punti) Siano $a = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ vettori di $\mathbb{R}^3$ e sia $V = \langle a, b \rangle$ il piano da essi generato. Si determini la matrice che rappresenta la funzione $\mathrm{pr}_V : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ proiezione ortogonale su $V$.

**ATTENZIONE: ogni risposta deve essere opportunamente motivata. Qualsiasi risposta non motivata verrà ignorata.**

**Corso di Laurea in INGEGNERIA GESTIONALE**
**Canale L-Z, Professori Cantarini - Regonati**
**Geometria e Algebra**
Bologna 12 Febbraio 2013
II prova parziale/III appello
Tema n.3

**Risolvere i seguenti esercizi (Attenzione: gli esercizi 3, 4 e 5 costituiscono la seconda prova parziale):**

**Esercizio 1.** (8 punti) Sia
$$S = (1, 0, 2) + \langle (0, 1, 2) \rangle \subset \mathbb{R}^3.$$

(a) Determinare, se possibile, una equazione lineare avente $S$ come insieme di soluzioni.

(b) Determinare, se possibile, un sistema lineare di due equazioni avente $S$ come insieme di soluzioni.

(c) Determinare, se possibile, un sistema lineare di tre equazioni avente $S$ come insieme di soluzioni.

(d) Determinare, se possibile, un sistema lineare omogeneo avente $S$ come insieme di soluzioni.

**Esercizio 2.** (7 punti) Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^3$:

$$S = \langle (1, 0, 2), (0, 1, -1), (1, 1, 1) \rangle, \quad T_k = \langle (1, -1, k), (2, 3, 1) \rangle, \ k \in \mathbb{R}.$$

(a) Calcolare la dimensione di $S$ e la dimensione di $T_k$ al variare di $k$ e determinare una base di ciascuno di questi sottospazi.

(b) Stabilire se esistono valori di $k \in \mathbb{R}$ tali che si abbia $S = T_k$.

(c) Stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme $S \cup T_k$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$.

**Esercizio 3.** (5 punti) Si determinino i valori del parametro reale $k$ per i quali è diagonalizzabile la matrice
$$A_k = \begin{bmatrix} 1 & 2-k \\ -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

**Esercizio 4.** (5 punti) Si diagonalizzi, se possibile, la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix};$$

si verifichi il risultato trovato.

**Esercizio 5.** (5 punti) Siano $a = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ vettori di $\mathbb{R}^3$ e sia $V = \langle a, b \rangle$ il piano da essi generato. Si determini la matrice che rappresenta la funzione $\mathrm{pr}_V : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ proiezione ortogonale su $V$.

**ATTENZIONE: ogni risposta deve essere opportunamente motivata. Qualsiasi risposta non motivata verrà ignorata.**

**Corso di Laurea in INGEGNERIA GESTIONALE**
**Canale L-Z, Professori Cantarini - Regonati**
**Geometria e Algebra**
Bologna 12 Febbraio 2013
II prova parziale/III appello
Tema n.4

**Risolvere i seguenti esercizi (Attenzione: gli esercizi 3, 4 e 5 costituiscono la seconda prova parziale)**:

**Esercizio 1.** (8 punti) Sia
$$S = (1, 0, -2) + \langle (0, 1, -2) \rangle \subset \mathbb{R}^3.$$

(a) Determinare, se possibile, una equazione lineare avente $S$ come insieme di soluzioni.

(b) Determinare, se possibile, un sistema lineare di due equazioni avente $S$ come insieme di soluzioni.

(c) Determinare, se possibile, un sistema lineare di tre equazioni avente $S$ come insieme di soluzioni.

(d) Determinare, se possibile, un sistema lineare omogeneo avente $S$ come insieme di soluzioni.

**Esercizio 2.** (7 punti) Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^3$:

$$S = \langle (2, 0, 1), (0, 1, -1), (2, 1, 0) \rangle, \quad T_k = \langle (2, -1, k), (2, 2, -1) \rangle, \; k \in \mathbb{R}.$$

(a) Calcolare la dimensione di $S$ e la dimensione di $T_k$ al variare di $k$ e determinare una base di ciascuno di questi sottospazi.

(b) Stabilire se esistono valori di $k \in \mathbb{R}$ tali che si abbia $S = T_k$.

(c) Stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme $S \cup T_k$ è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$.

**Esercizio 3.** (5 punti) Si determinino i valori del parametro reale $k$ per i quali è diagonalizzabile la matrice
$$A_k = \begin{bmatrix} 2 & 2-k \\ -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

**Esercizio 4.** (5 punti) Si diagonalizzi, se possibile, la matrice
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix};$$
si verifichi il risultato trovato.

**Esercizio 5.** (5 punti) Siano $a = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ vettori di $\mathbb{R}^3$ e sia $V = \langle a, b \rangle$ il piano da essi generato. Si determini la matrice che rappresenta la funzione $\mathrm{pr}_V : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ proiezione ortogonale su $V$.

**ATTENZIONE: ogni risposta deve essere opportunamente motivata. Qualsiasi risposta non motivata verrà ignorata.**