

**Corso di Laurea in INGEGNERIA GESTIONALE**  
**Canale L-Z, Professori Cantarini - Regonati**  
**Geometria e Algebra**  
Bologna 17 giugno 2013  
IV appello  
Tema n.1

**Risolvere i seguenti esercizi:**

**Esercizio 1.** (7 punti) Si dica per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  il seguente sistema lineare, nelle incognite  $x, y, z$ , ammette soluzioni:

$$\begin{cases} 2x + ky - z = 1 \\ 2x + k^2y + (k - 1)z = 2 \\ 4x + 2ky + (k - 3)z = k^2 + 1 \end{cases}$$

Risolvere il sistema per i valori di  $k$  per cui esso ammette infinite soluzioni.

**Esercizio 2.** (8 punti) Si considerino i seguenti sottoinsiemi di  $\mathbb{R}^4$ :

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid xy = 0\}, \quad T = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y = 0\}.$$

- a) Stabilire se  $S$  e  $T$  sono sottospazi vettoriali di  $\mathbb{R}^4$ ;
- b) stabilire se  $S \cap T$  è un sottospazio vettoriale di  $\mathbb{R}^4$  e in caso affermativo determinarne una base;
- c) determinare una base del sottospazio vettoriale  $\langle S \rangle$  di  $\mathbb{R}^4$ .

**Esercizio 3.** (5 punti)

**Esercizio 4.**

**Esercizio 5.**

**ATTENZIONE:** ogni risposta deve essere opportunamente motivata. Qualsiasi risposta non motivata verrà ignorata.