Corso di Laurea in INGEGNERIA GESTIONALE
Canale L-Z
Geometria e Algebra
Bologna 10 Novembre 2012
I prova parziale
Tema n.1

Risolvere i seguenti esercizi:

Esercizio 1. (10 punti) Risolvere, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, il sistema lineare

$$\Sigma_k : \begin{cases} x + y = 1 \\ x + (3k+1)y + (2k+1)z = 5k+2 \\ (3k)y + (4+k)z = 4+4k \end{cases}$$

nelle incognite x, y, z.

Esercizio 2. (20 punti) Si consideri il sottospazio vettoriale $U = \langle (1,1,2), (0,1,1), (1,2,3) \rangle$ di $\mathbb{R}^3$ e sia $W_k = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - ky + z = k, x + y - kz = 1\}$, $k \in \mathbb{R}$.

(a) Calcolare la dimensione di U e determinare una sua base $\mathcal{B}$;

(b) completare $\mathcal{B}$ in una base $\mathcal{B}'$ di $\mathbb{R}^3$;

(c) siano $v = (1,2,0)_{\mathcal{B}'}$ e $w = (1,2)_{\mathcal{B}}$. Stabilire se $v = w$;

(d) stabilire se esistono valori di k tali che W_k sia un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$;

(e) determinare, se possibile, un sistema lineare avente U come insieme di soluzioni.

Interpretati U e W_k come sottovarietà lineari dello spazio affine tridimensionale,

(i) stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme W_k individua una retta;

(ii) stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme W_k individua una retta parallela ad U;

(iii) posto $k = 1$, determinare, se possibile, un piano π contenente W_1 e parallelo ad U.

ATTENZIONE: ogni risposta deve essere opportunamente motivata. Qualsiasi risposta non motivata verrà ignorata.

Corso di Laurea in INGEGNERIA GESTIONALE
Canale L-Z
Geometria e Algebra
Bologna 10 Novembre 2012
I prova parziale
Tema n.2

Risolvere i seguenti esercizi:

Esercizio 1. (10 punti) Risolvere, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, il sistema lineare

$$\Sigma_k : \begin{cases} x + z = 1 \\ x + (2k+1)y + (3k+1)z = 5k+2 \\ (4+k)y + (3k)z = 4+4k \end{cases}$$

nelle incognite x, y, z.

Esercizio 2. (20 punti) Si consideri il sottospazio vettoriale $U = \langle (2,1,1), (1,1,0), (3,2,1) \rangle$ di $\mathbb{R}^3$ e sia $W_k = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - ky + z = k, -kx + y + z = 1\}$, $k \in \mathbb{R}$.

(a) Calcolare la dimensione di U e determinare una sua base $\mathcal{B}$;

(b) completare $\mathcal{B}$ in una base $\mathcal{B}'$ di $\mathbb{R}^3$;

(c) siano $v = (-1,3,0)_{\mathcal{B}'}$ e $w = (-1,3)_{\mathcal{B}}$. Stabilire se $v = w$;

(d) stabilire se esistono valori di k tali che W_k sia un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$;

(e) determinare, se possibile, un sistema lineare avente U come insieme di soluzioni.

Interpretati U e W_k come sottovarietà lineari dello spazio affine tridimensionale,

(i) stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme W_k individua una retta;

(ii) stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme W_k individua una retta parallela ad U;

(iii) posto $k = 1$, determinare, se possibile, un piano π contenente W_1 e parallelo ad U.

ATTENZIONE: ogni risposta deve essere opportunamente motivata. Qualsiasi risposta non motivata verrà ignorata.

Corso di Laurea in INGEGNERIA GESTIONALE
Canale L-Z
Geometria e Algebra
Bologna 10 Novembre 2012
I prova parziale
Tema n.3

Risolvere i seguenti esercizi:

Esercizio 1. (10 punti) Risolvere, al variare del parametro $h \in \mathbb{R}$, il sistema lineare

$$\Sigma_h : \begin{cases} x + y = 1 \\ x + (3h-2)y + (2h-1)z = 5h-3 \\ (3h-3)y + (3+h)z = 4h \end{cases}$$

nelle incognite x, y, z.

Esercizio 2. (20 punti) Si consideri il sottospazio vettoriale $U = \langle (1,2,1), (0,1,1), (1,3,2) \rangle$ di $\mathbb{R}^3$ e sia $W_k = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - kz = k, x - ky + z = 1\}$, $k \in \mathbb{R}$.

(a) Calcolare la dimensione di U e determinare una sua base $\mathcal{B}$;

(b) completare $\mathcal{B}$ in una base $\mathcal{B}'$ di $\mathbb{R}^3$;

(c) siano $v = (-1,2,1)_{\mathcal{B}'}$ e $w = (-1,2)_{\mathcal{B}}$. Stabilire se $v = w$;

(d) stabilire se esistono valori di k tali che W_k sia un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$;

(e) determinare, se possibile, un sistema lineare avente U come insieme di soluzioni.

Interpretati U e W_k come sottovarietà lineari dello spazio affine tridimensionale,

(i) stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme W_k individua una retta;

(ii) stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme W_k individua una retta parallela ad U;

(iii) posto $k = 1$, determinare, se possibile, un piano π contenente W_1 e parallelo ad U.

ATTENZIONE: ogni risposta deve essere opportunamente motivata. Qualsiasi risposta non motivata verrà ignorata.

Corso di Laurea in INGEGNERIA GESTIONALE
Canale L-Z
Geometria e Algebra
Bologna 10 Novembre 2012
I prova parziale
Tema n.4

Risolvere i seguenti esercizi:

Esercizio 1. (10 punti) Risolvere, al variare del parametro $h \in \mathbb{R}$, il sistema lineare

$$\Sigma_h : \begin{cases} x + z = 1 \\ x + +(2h-1)y + (3h-2)z = 5h-3 \\ (3+h)y + (3h-3)z = 4h \end{cases}$$

nelle incognite x, y, z.

Esercizio 2. (20 punti) Si consideri il sottospazio vettoriale $U = \langle (1,2,1), (1,1,0), (0,1,1) \rangle$ di $\mathbb{R}^3$ e sia $W_k = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - ky + z = 1, -kx + y + z = k\}$, $k \in \mathbb{R}$.

(a) Calcolare la dimensione di U e determinare una sua base $\mathcal{B}$;

(b) completare $\mathcal{B}$ in una base $\mathcal{B}'$ di $\mathbb{R}^3$;

(c) siano $v = (-2,-1,1)_{\mathcal{B}'}$ e $w = (-2,-1)_{\mathcal{B}}$. Stabilire se $v = w$;

(d) stabilire se esistono valori di k tali che W_k sia un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$;

(e) determinare, se possibile, un sistema lineare avente U come insieme di soluzioni.

Interpretati U e W_k come sottovarietà lineari dello spazio affine tridimensionale,

(i) stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme W_k individua una retta;

(ii) stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ l'insieme W_k individua una retta parallela ad U;

(iii) posto $k = 1$, determinare, se possibile, un piano π contenente W_1 e parallelo ad U.

ATTENZIONE: ogni risposta deve essere opportunamente motivata. Qualsiasi risposta non motivata verrà ignorata.