Foglio di esercizi numero 4
Corso di Geometria e Algebra
Ingegneria Gestionale Canale L-Z
Prof.ssa Nicoletta Cantarini

Esercizio 1. In $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ determinare la retta per $P = (4, -3)$ parallela al vettore $v = (-1, 2)$.

Esercizio 2. Dati i punti $A = (k, -2k + 1)$, $B = (-1, 2)$, $C = (2, 3)$, determinare il valore di k per il quale i tre punti sono allineati.

Esercizio 3. Si consideri il piano affine. Determinare k in modo tale che la retta t di equazione $kx - 2y + 2k = 0$ appartenga al fascio individuato dalle rette $r : x + y - 1 = 0$ e $s : \begin{cases} x = -h - 1 \\ y = 2h + 2. \end{cases}$

Esercizio 4. In $\mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ siano r e r' le rette di equazioni rispettivamente $x + ky - 2 = 0$ e $(k - 2)x + y + 1 = 0$; determinare, se possibile, i valori di k per cui le due rette sono parallele e disgiunte e quelli per cui coincidono.

Esercizio 5. Siano r, s, t le rette in $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$ di equazioni:

$$r : \begin{cases} y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x = 1 \\ z = 0 \end{cases} \qquad t : \begin{cases} x = -\frac{2}{3}y + 1 \\ z = -1. \end{cases}$$

Studiare la posizione reciproca delle rette r, s, t e determinare, se esistono, le rette incidenti simultaneamente le suddette rette.

Esercizio 6. In $\mathbb{A}^3(\mathbb{R})$:

1. Determinare l'equazione del piano α passante per i punti $A = (1, 5, -2)$, $B = (3, 1, 6)$ e $C = (2, -4, 1)$.

2. Determinare le equazioni parametriche della retta r passante per i punti $P = (1, 2, 0)$ e $Q = (-1, 1, 1)$.

3. Determinare $\alpha \cap r$.

4. Determinare il piano passante per il punto $S = (1, 1, 2)$ e parallelo al piano α.

Esercizio 7. Nel piano π di equazione $x - y + z = 0$ siano fissati i punti $P = (0, 1, 1)$ e $Q = (1, 1, 0)$. Si determinino le equazioni cartesiane della retta r, parallela alla retta passante per P e Q, e contenente il punto $R = (1, -1, 1)$.

Esercizio 8. Verificare se sono complanari i punti $P = (1, 2, 1)$, $Q = (2, 1, 0)$, $R = (-1, 0, -1)$ e $S = (0, 0, -1)$ e, in caso affermativo, determinare l'equazione del piano che li contiene.

Esercizio 9. Sia π il piano di equazione $x+y+z = 0$ e siano r ed s le rette di equazioni:

$$r : \begin{cases} y = 0 \\ x - z = 0 \end{cases} \qquad s : \begin{cases} x = 0 \\ 2y - z - 1 = 0. \end{cases}$$

Determinare il piano π' contenente r e parallelo ad s ed il piano π'' contenente s e parallelo ad r. Determinare infine la retta t di π incidente r ed s.

Esercizio 10.

1. Verificare se sono sghembe le rette

$$r : \begin{cases} 3x + y - 2z - 2 = 0 \\ x - 3y + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{ed} \quad s : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = t. \end{cases}$$

2. Determinare, se possibile, una retta parallela alla retta t di equazioni: $\begin{cases} x - 5 = 0 \\ y - z - 4 = 0 \end{cases}$ ed incidente le rette r ed s.

Soluzioni

1. Si tratta della retta di equazione cartesiana $2x + y = 5$.
2. $k = -\frac{4}{7}$.
3. $k = 4$.
4. Le rette r e r' sono parallele e disgiunte per $k = 1 \pm \sqrt{2}$. Non esistono valori di k per cui esse coincidono.
5. Le rette r, s e t sono a due a due sghembe. Le rette incidenti simultaneamente r, s e t sono le rette di equazioni cartesiane $\begin{cases} 3x - 2\beta z = 3 \\ 2y = 1 + \beta + (1 - \beta)z \end{cases}$ al variare di $\beta \in \mathbb{R}$.

6. $\alpha : 30x + y - 7z - 49 = 0$; $r : \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = -\lambda; \end{cases}$ $\alpha \cap r = \{(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}, -\frac{1}{4})\}$; il piano passante per S e parallelo ad α ha equazione $30x + y - 7z = 17$.

7. $r : \begin{cases} x + z = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

8. I punti P, Q, R e S sono complanari. Il piano che li contiene ha equazione $y - z = 1$.

9. $\pi' : 2y + x - z = 0$; $\pi'' : x + 2y - z - 1 = 0$; $t : \begin{cases} x = 0 \\ x + y + z = 0. \end{cases}$

10. Le rette r e s sono sghembe. La retta t ha equazioni cartesiane: $t : \begin{cases} x = 1 \\ y - z = 0. \end{cases}$