

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.1

III APPELLO DI MATEMATICA APPLICATA ALL'ARCHITETTURA 13/09/2018

PARTE 1. QUESITI

- (1) Nello spazio tridimensionale l'equazione $x^2 + y^2 = 1$ descrive:
- (a) Una circonferenza;
 - (b) Un cilindro;
 - (c) Un cono.
- (2) La funzione $\varphi(u, v) = (\cos(u)\cos(v), \cos(u)\sin(v), \sin(u))$ con $u, v \in [0, 2\pi[$ parametrizza:
- (a) Una sfera;
 - (b) Un ellissoide;
 - (c) Una circonferenza.
- (3) Il piano tangente ad un cilindro in un suo punto interseca il cilindro:
- (a) in un solo punto;
 - (b) lungo una retta;
 - (c) lungo una circonferenza.
- (4) Nello spazio tridimensionale l'equazione $x^2 + y^2 = z^2$ descrive:
- (a) Una circonferenza;
 - (b) Un cilindro;
 - (c) Un cono.
- (5) Nel piano l'equazione $xy = 0$ descrive:
- (a) Un'iperbole;
 - (b) Una coppia di rette;
 - (c) Un cilindro.
- (6) Ogni punto della sfera è:
- (a) ellittico;
 - (b) iperbolico;
 - (c) parabolico.
- (7) La curvatura di Gauss in ogni punto del cilindro è:
- (a) nulla;
 - (b) negativa;
 - (c) positiva.
- (8) La matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$:
- (a) non ha autovalori reali;
 - (b) descrive la riflessione rispetto ad una retta del piano;
 - (c) ha due autovalori distinti.
- (9) In un cilindro circolare retto:
- (a) tutte le geodetiche sono rette;
 - (b) tutte le geodetiche sono circonferenze;
 - (c) ci sono geodetiche che non sono né rette né circonferenze.
- (10) Le sezioni normali della superficie $z = xy$ nel punto $(0, 0, 0)$:

- (a) sono rette;
- (b) hanno curvatura opposta;
- (c) hanno la stessa curvatura.

PARTE 2. ESERCIZIO

Si consideri la funzione

$$\varphi(a, b) = (a, \cos(b), \sin(b)).$$

con $a \in \mathbb{R}$, $b \in [0, 2\pi[$.

- a) Mostrare che la funzione φ definisce una parametrizzazione di un cilindro circolare retto S .
- b) Mostrare che il punto $P = (0, 1, 0)$ appartiene ad S e che il punto $Q = (0, 1, 1)$ non appartiene ad S .
- c) Determinare l'equazione del piano π tangente ad S in P .
- d) Determinare il versore normale ad S in P .
- e) Stabilire se il punto P è ellittico, parabolico o iperbolico.
- f) Calcolare le curvatures principali di S in P .
- g) Scrivere l'equazione di una curva geodetica di S passante per P .