

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

TEMA N.1

---

II APPELLO DI MATEMATICA APPLICATA ALL'ARCHITETTURA 29/06/2018

**PARTE 1. QUESITI**

- (1) Nello spazio tridimensionale l'equazione  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  descrive:
- (a) Una circonferenza;
  - (b) Un cilindro;
  - (c) Una sfera.
- (2) La funzione  $\varphi(u, v) = ((\cos(u) + 2)\cos(v), (\cos(u) + 2)\sin(v), \sin(u))$  con  $u, v \in [0, 2\pi[$  parametrizza:
- (a) Una sfera;
  - (b) Un toro;
  - (c) Un ellissoide.
- (3) Il piano tangente ad un toro in un suo punto:
- (a) interseca necessariamente il toro in un solo punto;
  - (b) può intersecare il toro lungo una curva o in un solo punto;
  - (c) interseca necessariamente il toro lungo una circonferenza.
- (4) Nel piano l'equazione  $x^2 + y^2 = 0$  descrive:
- (a) Una circonferenza;
  - (b) Un'ellisse;
  - (c) Un punto.
- (5) Nello spazio tridimensionale l'equazione  $xy = 0$  descrive:
- (a) Un'iperbole;
  - (b) Una coppia di rette;
  - (c) Una coppia di piani.
- (6) Ogni punto del cilindro circolare retto è:
- (a) ellittico;
  - (b) iperbolico;
  - (c) parabolico.
- (7) La curvatura di Gauss in ogni punto della pseudosfera è:
- (a) nulla;
  - (b) negativa;
  - (c) positiva.
- (8) La matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ :
- (a) non ha autovalori reali;
  - (b) descrive la riflessione rispetto ad una retta del piano;
  - (c) descrive una rotazione nel piano.
- (9) In una sfera:
- (a) tutte le geodetiche sono rette;
  - (b) tutte le geodetiche sono circonferenze;
  - (c) ci sono geodetiche che non sono né rette né circonferenze.

- (10) Le sezioni normali di un cilindro circolare retto in un punto:
- (a) sono rette;
  - (b) non dipendono dal punto;
  - (c) hanno la stessa curvatura.

## PARTE 2. ESERCIZIO

Si consideri la funzione

$$\varphi(a, b) = (a, \cos(b), \sin(b)).$$

con  $a \in \mathbb{R}$ ,  $b \in [0, 2\pi[$ .

- a) Mostrare che la funzione  $\varphi$  definisce una parametrizzazione di un cilindro circolare retto  $S$ .
- b) Mostrare che il punto  $P = (0, 1, 0)$  appartiene ad  $S$  e che il punto  $Q = (0, 1, 1)$  non appartiene ad  $S$ .
- c) Determinare l'equazione del piano  $\pi$  tangente ad  $S$  in  $P$ .
- d) Determinare il versore normale ad  $S$  in  $P$ .
- e) Stabilire se il punto  $P$  è ellittico, parabolico o iperbolico.
- f) Calcolare le curvatures principali di  $S$  in  $P$ .
- g) Scrivere l'equazione di una curva geodetica di  $S$  passante per  $P$ .