# PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE I

## Corso di Laurea in ARCHITETTURA

**(Alberto PARMEGGIANI)**

**A.A. 2002/2003: 23 Giugno 2003**

**COGNOME e NOME** (Stampatello):

**FIRMA** (per esteso):

**MATRICOLA:**

**N.B.** Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata $-1/2$. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio $\geq 7$. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

**(1).** Trovare tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{1/n} - 1}{n^{\alpha}} \sin\left(\frac{n+1}{n^3+2}\right)$$

converge.

☐ $\alpha > -2$
☐ $\alpha > -1$
☐ $\alpha > -3$
☐ Nessuno dei precedenti

**(2).** Si consideri il sistema

$$\begin{cases} x + y + 2z &= 2 \\ 2x + 2y + 4z &= 4 \\ x - 4y - 3z &= 1. \end{cases}$$

☐ Il sistema non ammette soluzioni
☐ Il sistema ammette un'unica soluzione
☐ Il sistema ammette $\infty^1$ soluzioni
☐ Nessuno dei precedenti

**(3).** Si calcoli il rango della matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \end{bmatrix}$$

☐ $\mathrm{rg}(A) = 3$
☐ $\mathrm{rg}(A) = 2$
☐ $\mathrm{rg}(A) = 1$
☐ Nessuno dei precedenti

**(4).** Si consideri la matrice
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$
e sia $A^{-1}$ la matrice inversa. Allora si ha che
☐ $\mathrm{Tr}(A^{-1}) = 2$
☐ $\mathrm{Tr}(A^{-1}) = 1$
☐ $\mathrm{Tr}(A^{-1}) = -1$
☐ Nessuno dei precedenti

**(5).** Si consideri la matrice
$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$
e si indichino con $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ i suoi autovalori ordinati in ordine crescente. Sia $L = \lambda_1^2 + \lambda_2 + \lambda_3$. Allora:
☐ $L = 0$
☐ $L = 9$
☐ $L = 7$
☐ Nessuno dei precedenti

**(6).** Siano $u = (2, 1, 2)$, $v = (3, 0, 2)$, $w = (1, 1, 0)$. Si calcoli $\langle u, v \times w \rangle$.
☐ $\langle u, v \times w \rangle = 4$
☐ $\langle u, v \times w \rangle = 5/2$
☐ $\langle u, v \times w \rangle = 8$
☐ Nessuno dei precedenti

**(7).** Si consideri la conica
$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2;\ x^2 + 2xy + 2y^2 + x - 5 = 0\}.$$
Allora:
☐ $C$ è una ellisse
☐ $C$ è una parabola
☐ $C = \emptyset$
☐ Nessuno dei precedenti

**(8).** Si consideri in $\mathbb{R}^3$ il piano
$$\pi :\ x + 3y + z = 1.$$
Sia $r$ la retta passante per $(2, 0, -2)$ ed ortogonale a $\pi$. Calcolare la distanza $\mathrm{dist}(P, r)$ del punto $P = (5, 2, -1)$ dalla retta $r$.
☐ $\mathrm{dist}(P, r) = 2\sqrt{6/11}$
☐ $\mathrm{dist}(P, r) = 3\sqrt{6/11}$
☐ $\mathrm{dist}(P, r) = 4\sqrt{6/11}$
☐ Nessuno dei precedenti

# PROVA SCRITTA DI
# ISTITUZIONI DI MATEMATICHE I
## Corso di Laurea in ARCHITETTURA
**(Alberto PARMEGGIANI)**

**A.A. 2002/2003: 23 Giugno 2003**

**COGNOME e NOME** (Stampatello):

**FIRMA** (per esteso):

**MATRICOLA:**

**N.B.** Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata $-1/2$. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio $\geq 7$. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

**(1).** Si consideri la conica

$$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ x^2 + 2xy + 2y^2 + x - 4 = 0\}.$$

Allora:
- ☐ $C = \emptyset$
- ☐ $C$ è una parabola
- ☐ $C$ è una ellisse
- ☐ Nessuno dei precedenti

**(2).** Si consideri in $\mathbb{R}^3$ il piano

$$\pi:\ x + 3y + z = 1.$$

Sia $r$ la retta passante per $(3,0,-1)$ ed ortogonale a $\pi$. Calcolare la distanza $\mathrm{dist}(P,r)$ del punto $P = (5,2,-1)$ dalla retta $r$.
- ☐ $\mathrm{dist}(P,r) = 2\sqrt{6/11}$
- ☐ $\mathrm{dist}(P,r) = 3\sqrt{6/11}$
- ☐ $\mathrm{dist}(P,r) = 4\sqrt{6/11}$
- ☐ Nessuno dei precedenti

**(3).** Trovare tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{1/(n^3+1)} - 1}{n^\alpha} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

converge.
- ☐ $\alpha > -2$
- ☐ $\alpha > -3$
- ☐ $\alpha > -1$
- ☐ Nessuno dei precedenti

**(4).** Si consideri il sistema

$$\begin{cases} x+y+2z &= 2 \\ x-4y-3z &= 1 \\ 2x+2y+4z &= 4. \end{cases}$$

☐ Il sistema non ammette soluzioni
☐ Il sistema ammette $\infty^1$ soluzioni
☐ Il sistema ammette un'unica soluzione
☐ Nessuno dei precedenti

**(5).** Si calcoli il rango della matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

☐ $\mathrm{rg}(A) = 2$
☐ $\mathrm{rg}(A) = 3$
☐ $\mathrm{rg}(A) = 1$
☐ Nessuno dei precedenti

**(6).** Si consideri la matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

e sia $A^{-1}$ la matrice inversa. Allora si ha che
☐ $\mathrm{Tr}(A^{-1}) = 2$
☐ $\mathrm{Tr}(A^{-1}) = -1$
☐ $\mathrm{Tr}(A^{-1}) = 1$
☐ Nessuno dei precedenti

**(7).** Si consideri la matrice

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

e si indichino con $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ i suoi autovalori ordinati in ordine crescente. Sia $L = \lambda_1 + \lambda_2^2 + \lambda_3$. Allora:
☐ $L = 0$
☐ $L = 7$
☐ $L = 9$
☐ Nessuno dei precedenti

**(8).** Siano $u = (1, 2, 2)$, $v = (3, 0, 2)$, $w = (1, 1, 0)$. Si calcoli $\langle u, v \times w \rangle$.
☐ $\langle u, v \times w \rangle = 5/2$
☐ $\langle u, v \times w \rangle = 8$
☐ $\langle u, v \times w \rangle = 4$
☐ Nessuno dei precedenti

# PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE I
## Corso di Laurea in ARCHITETTURA
**(Alberto PARMEGGIANI)**

**A.A. 2002/2003: 14 Luglio 2003**

**COGNOME e NOME** (Stampatello):

**FIRMA** (per esteso):

**MATRICOLA:**

**N.B.** Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata $-1/2$. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio $\geq 7$. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

**(1).** Trovare tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{n^2+2} \right)^{\alpha} \ln \left( 1 + \frac{n+1}{n^2+2} \right)$$

converge.

☐ $\alpha > -1$
☐ $\alpha > -1/2$
☐ $\alpha > 0$
☐ Nessuno dei precedenti

**(2).** Si consideri il sistema

$$\begin{cases} x + 3y + 2z &= -1 \\ 2x + 6y + 4z &= -2 \\ -x - 3y - 2z &= 2. \end{cases}$$

☐ Il sistema ammette $\infty^1$ soluzioni
☐ Il sistema ammette un'unica soluzione
☐ Il sistema non ammette soluzioni
☐ Nessuno dei precedenti

**(3).** Si calcoli il rango della matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

☐ $\mathrm{rg}(A) = 3$
☐ $\mathrm{rg}(A) = 2$
☐ $\mathrm{rg}(A) = 1$
☐ Nessuno dei precedenti

**(4).** Si trovi la matrice $M$ del cambiamento di base, nell'ordine, $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$. Allora:

☐ $\mathrm{Tr}(M) = 5/2$
☐ $\mathrm{Tr}(M) = 5$
☐ $\mathrm{Tr}(M) = -1/2$
☐ Nessuno dei precedenti

**(5).** Si consideri la matrice

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

e si indichino con $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ i suoi autovalori ordinati in ordine crescente. Sia $L = \lambda_1^2 + \lambda_2 + 2\lambda_3$. Allora:

☐ $L = 10$
☐ $L = 11$
☐ $L = 13$
☐ Nessuno dei precedenti

**(6).** Siano $u = (3, 1, 2)$, $v = (1, 1, 1)$, $w = (-1, 0, 3)$. Si calcoli $\langle u, v \times w \rangle$.

☐ $\langle u, v \times w \rangle = 7$
☐ $\langle u, v \times w \rangle = -7$
☐ $\langle u, v \times w \rangle = 3$
☐ Nessuno dei precedenti

**(7).** Si consideri la quadrica

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3;\ x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz + 1 = 0\}.$$

Allora:

☐ $Q$ è un iperboloide a due falde
☐ $Q$ è un iperboloide ad una falda
☐ $Q = \emptyset$
☐ Nessuno dei precedenti

**(8).** Si consideri in $\mathbb{R}^3$ il piano

$$\pi:\ x + y - z = 1.$$

Sia $r$ la retta passante per $(1, 5, -4)$ ed ortogonale a $\pi$. Calcolare la distanza $\mathrm{dist}(P, r)$ del punto $P = (2, 0, 2)$ dalla retta $r$.

☐ $\mathrm{dist}(P, r) = \sqrt{38/3}$
☐ $\mathrm{dist}(P, r) = \sqrt{86/3}$
☐ $\mathrm{dist}(P, r) = \sqrt{24/31}$
☐ Nessuno dei precedenti

# PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE I
# Corso di Laurea in ARCHITETTURA

**(Alberto PARMEGGIANI)**

**A.A. 2002/2003: 14 Luglio 2003**

**COGNOME e NOME** (Stampatello):

**FIRMA** (per esteso):

**MATRICOLA:**

**N.B.** Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata $-1/2$. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio $\geq 7$. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

**(1).** Si consideri la quadrica

$$Q = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3;\ x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz + 1 = 0\}.$$

Allora:
- ☐ $Q$ è un iperboloide ad una falda
- ☐ $Q$ è un iperboloide a due falde
- ☐ $Q = \emptyset$
- ☐ Nessuno dei precedenti

**(2).** Si consideri in $\mathbb{R}^3$ il piano

$$\pi:\ x + y - z = 1.$$

Sia $r$ la retta passante per $(5, 1, -4)$ ed ortogonale a $\pi$. Calcolare la distanza $\mathrm{dist}(P, r)$ del punto $P = (2, 0, 2)$ dalla retta $r$.
- ☐ $\mathrm{dist}(P, r) = \sqrt{38/3}$
- ☐ $\mathrm{dist}(P, r) = \sqrt{86/3}$
- ☐ $\mathrm{dist}(P, r) = \sqrt{24/31}$
- ☐ Nessuno dei precedenti

**(3).** Trovare tutti gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \arctan\left(\frac{1}{n^2}\right)\left(\frac{e^{1/n} - 1}{n}\right)^{\alpha}$$

converge.
- ☐ $\alpha > -1/2$
- ☐ $\alpha > 0$
- ☐ $\alpha > 1/2$
- ☐ Nessuno dei precedenti

**(4).** Si consideri il sistema

$$\begin{cases} 2x+6y+4z &= -2 \\ x+3y+2z &= -1 \\ -x-3y-2z &= 2. \end{cases}$$

☐ Il sistema ammette un'unica soluzione
☐ Il sistema non ammette soluzioni
☐ Il sistema ammette $\infty^1$ soluzioni
☐ Nessuno dei precedenti

**(5).** Si calcoli il rango della matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

☐ $\mathrm{rg}(A) = 1$
☐ $\mathrm{rg}(A) = 3$
☐ $\mathrm{rg}(A) = 2$
☐ Nessuno dei precedenti

**(6).** Si trovi la matrice $M$ del cambiamento di base, nell'ordine, $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$. Allora:
☐ $\mathrm{Tr}(M) = 5$
☐ $\mathrm{Tr}(M) = -1/2$
☐ $\mathrm{Tr}(M) = 5/2$
☐ Nessuno dei precedenti

**(7).** Si consideri la matrice

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

e si indichino con $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ i suoi autovalori ordinati in ordine crescente. Sia $L = \lambda_1 + 2\lambda_2^2 + \lambda_3$. Allora:
☐ $L = 10$
☐ $L = 11$
☐ $L = 13$
☐ Nessuno dei precedenti

**(8).** Siano $u = (1,3,2)$, $v = (1,1,1)$, $w = (-1,0,3)$. Si calcoli $\langle u, v \times w \rangle$.
☐ $\langle u, v \times w \rangle = -7$
☐ $\langle u, v \times w \rangle = 7$
☐ $\langle u, v \times w \rangle = 4$
☐ Nessuno dei precedenti