PROVA SCRITTA DI
ISTITUZIONI DI MATEMATICHE I
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2003/2004: 16 Giugno 2004

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata $-1/2$. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Data la base $\left\{\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}\right\}$, la si ortonormalizzi, **nell'ordine**, secondo Gram-Schmidt nella base $\{u_1, u_2, u_3\}$. Siano a_{ij} le entrate di $A = [u_1|u_2|u_3]$, e sia $L = (a_{11})^2 + (a_{32})^2$. Allora:

☐ $L = 5/6$
☐ $L = 1$
☐ $L = 2$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Si consideri il sistema

$$\begin{cases} x + 4y - z & = & 1 \\ x + y - z & = & 0 \\ 2x - y + 3z & = & 4. \end{cases}$$

☐ Il sistema non ammette soluzioni
☐ Il sistema ammette un'unica soluzione (x_0, y_0, z_0) e vale $x_0 y_0 z_0 = 9/2$
☐ Il sistema ammette un'unica soluzione (x_0, y_0, z_0) e vale $x_0 y_0 z_0 = 2/9$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Si calcoli il rango della matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 4 & 6 & 1 \\ -3 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

☐ $\mathrm{rg}(A) = 3$
☐ $\mathrm{rg}(A) = 1$
☐ $\mathrm{rg}(A) = 2$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Si trovi la matrice M del cambiamento di base, nell'ordine, $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. Allora, chiamate m_{ij} le entrate della matrice M, si ha:

☐ $\mathrm{Tr}(M) + m_{21} = 3/2$
☐ $\mathrm{Tr}(M) + m_{21} = 1/2$
☐ $\mathrm{Tr}(M) + m_{21} = -1/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Si consideri la matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

e si indichino con $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ i suoi autovalori ordinati in ordine crescente. Sia $L = \lambda_1 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$. Allora:

☐ $L = 9$
☐ $L = 10$
☐ $L = 8$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Siano $u = (1, 4, 1)$, $v = (2, 1, 1)$, $w = (1, 0, -1)$. Si calcoli $\langle u, v \times w \rangle$.

☐ $\langle u, v \times w \rangle = 10$
☐ $\langle u, v \times w \rangle = -10$
☐ $\langle u, v \times w \rangle = 0$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia $c \in \mathbb{R}$. Si consideri la quadrica

$$Q_c = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3;\ 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3 + x_1 - 2x_2 + c = 0\}.$$

Si determinino tutti i c per i quali Q_c è un iperboloide a due falde.

☐ $c < 1/8$
☐ $c \geq 1/8$
☐ $c > 1/8$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Si consideri in $\mathbb{R}^3$ il piano π passante per il punto $(2, 1, 0)$ e perpendicolare alla retta

$$r : \begin{cases} x + y = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}.$$

Calcolare la distanza $\mathrm{dist}(P, \pi)$ del punto $P = (5, -4, 3)$ ed il piano π.

☐ $\mathrm{dist}(P, \pi) = 10/\sqrt{2}$
☐ $\mathrm{dist}(P, \pi) = 8/\sqrt{2}$
☐ $\mathrm{dist}(P, \pi) = 6/\sqrt{2}$
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE I
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2003/2004: 16 Giugno 2004

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata $-1/2$. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Sia $c \in \mathbb{R}$. Si consideri la quadrica

$$Q_c = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3;\ 2x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3 + x_1 - 2x_2 + c = 0\}.$$

Si determinino tutti i c per i quali Q_c è un iperboloide ad una falda.

☐ $c < 1/8$
☐ $c \leq 1/8$
☐ $c > 1/8$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Si consideri in $\mathbb{R}^3$ il piano π passante per il punto $(2, 1, 0)$ e perpendicolare alla retta

$$r : \begin{cases} x + y = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}.$$

Calcolare la distanza $\mathrm{dist}(P, \pi)$ del punto $P = (-4, 5, 3)$ ed il piano π.

☐ $\mathrm{dist}(P, \pi) = 10/\sqrt{2}$
☐ $\mathrm{dist}(P, \pi) = 8/\sqrt{2}$
☐ $\mathrm{dist}(P, \pi) = 6/\sqrt{2}$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Data la base $\{\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}\}$, la si ortonormalizzi, **nell'ordine**, secondo Gram-Schmidt nella base $\{u_1, u_2, u_3\}$. Siano a_{ij} le entrate di $A = [u_1|u_2|u_3]$, e sia $L = (a_{21})^2 + (a_{13})^2$. Allora

☐ $L = 1/5$
☐ $L = 5/6$
☐ $L = 2/3$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Si consideri il sistema

$$\begin{cases} x+4y-z &= 1 \\ x+y-z &= 1 \\ 2x-y+3z &= 0. \end{cases}$$

☐ Il sistema non ammette soluzioni
☐ Il sistema ammette un'unica soluzione (x_0, y_0, z_0) e vale $x_0+y_0+z_0 = -2/5$
☐ Il sistema ammette un'unica soluzione (x_0, y_0, z_0) e vale $x_0+y_0+z_0 = 1/5$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Si calcoli il rango della matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 6 \\ -3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

☐ $\mathrm{rg}(A) = 2$
☐ $\mathrm{rg}(A) = 3$
☐ $\mathrm{rg}(A) = 1$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Si trovi la matrice M del cambiamento di base, nell'ordine, $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. Allora, chiamate m_{ij} le entrate della matrice M, si ha:

☐ $\mathrm{Tr}(M) + m_{22} = 2/3$
☐ $\mathrm{Tr}(M) + m_{22} = 3/2$
☐ $\mathrm{Tr}(M) + m_{22} = 1/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Si consideri la matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

e si indichino con $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ i suoi autovalori ordinati in ordine crescente. Sia $L = \lambda_1 - \lambda_2^2 + \lambda_3^2$. Allora:

☐ $L = 10$
☐ $L = 8$
☐ $L = 9$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Siano $u = (2,1,1)$, $v = (1,4,1)$, $w = (1,0,-1)$. Si calcoli $\langle u, v \times w \rangle$.

☐ $\langle u, v \times w \rangle = -10$
☐ $\langle u, v \times w \rangle = 10$
☐ $\langle u, v \times w \rangle = 0$
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE I
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2003/2004: 2 Luglio 2004

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata $-1/2$. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Data la base $\{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}\}$, la si ortonormalizzi, **nell'ordine**, secondo Gram-Schmidt nella base $\{u_1, u_2, u_3\}$. Siano a_{ij} le entrate di $A = [u_1|u_2|u_3]$, e sia $L = (a_{21})^2 - (a_{33})^2$. Allora:

☐ $L = 1/3$
☐ $L = 1/2$
☐ $L = 1/6$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Si consideri il sistema

$$\begin{cases} x - 4y - z &= 0 \\ x + y + 4z &= 1 \\ 2x + y + 3z &= 1. \end{cases}$$

☐ Il sistema ammette un'unica soluzione (x_0, y_0, z_0) e vale $(x_0 + y_0 + z_0)^2 = 4/25$
☐ Il sistema ammette un'unica soluzione (x_0, y_0, z_0) e vale $(x_0 + y_0 + z_0)^2 = 1/64$
☐ Il sistema ammette ∞^1 soluzioni
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Si calcoli il rango della matrice

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & 1 \\ -3 & 11 & 2 \end{bmatrix}$$

☐ $\mathrm{rg}(A) = 2$
☐ $\mathrm{rg}(A) = 3$
☐ $\mathrm{rg}(A) = 1$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Si trovi la matrice M del cambiamento di base, nell'ordine, $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Allora, chiamate m_{ij} le entrate della matrice M, si ha:

☐ $\mathrm{Tr}(M) + m_{21} = 0$
☐ $\mathrm{Tr}(M) + m_{12} = 1$
☐ $\mathrm{Tr}(M) + m_{21} = -1$
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Si consideri la matrice

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

e si indichino con $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ i suoi autovalori ordinati in ordine crescente. Sia $L = \lambda_1\lambda_2 + \lambda_3$. Allora:

☐ $L = 1$
☐ $L = -3$
☐ $L = -1$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Siano $u = (1, 1, 4)$, $v = (-1, 1, 1)$, $w = (2, 0, 1)$. Si calcoli $\langle u, v \times w \rangle$.

☐ $\langle u, v \times w \rangle = 4$
☐ $\langle u, v \times w \rangle = -4$
☐ $\langle u, v \times w \rangle = 0$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Sia $c \in \mathbb{R}$. Si consideri la quadrica

$$Q_c = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3;\ x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_2^2 - 2x_2x_3 + x_3^2 - x_2 + x_3 + c = 0\}.$$

Si determinino tutti i c per i quali Q_c è un cilindro.

☐ $c < 1/4$
☐ $c \leq 1/4$
☐ $c > 1/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Si consideri in $\mathbb{R}^3$ il piano π passante per il punto $(1, 2, 1)$ e perpendicolare alla retta

$$r : \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y - z = 0 \end{cases}.$$

Calcolare la distanza $\mathrm{dist}(P, \pi)$ del punto $P = (2, -3, 1)$ ed il piano π.

☐ $\mathrm{dist}(P, \pi) = 2/\sqrt{6}$
☐ $\mathrm{dist}(P, \pi) = 3/\sqrt{6}$
☐ $\mathrm{dist}(P, \pi) = 4/\sqrt{6}$
☐ Nessuno dei precedenti

PROVA SCRITTA DI ISTITUZIONI DI MATEMATICHE I
Corso di Laurea in ARCHITETTURA
(Alberto PARMEGGIANI)

A.A. 2003/2004: 2 Luglio 2004

COGNOME e NOME (Stampatello):

FIRMA (per esteso):

MATRICOLA:

N.B. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni errata $-1/2$. **Barrare una sola casella**. **SCRIVERE NOME, COGNOME, NUMERO DI MATRICOLA**. Ammissione con punteggio ≥ 7. **Durata della prova: 3 ore. ORALE immediatamente successivo.**

(1). Sia $c \in \mathbb{R}$. Si consideri la quadrica

$$Q_c = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3;\ x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_2^2 - 2x_2x_3 + x_3^2 - x_2 + x_3 + c = 0\}.$$

Si determinino tutti i c per i quali Q_c è un cilindro.

☐ $c \leq 1/4$
☐ $c < 1/4$
☐ $c > 1/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(2). Si consideri in $\mathbb{R}^3$ il piano π passante per il punto $(1, 2, 1)$ e perpendicolare alla retta

$$r : \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y - z = 0 \end{cases} .$$

Calcolare la distanza $\mathrm{dist}(P, \pi)$ del punto $P = (1, -3, 2)$ ed il piano π.

☐ $\mathrm{dist}(P, \pi) = 4/\sqrt{6}$
☐ $\mathrm{dist}(P, \pi) = 2/\sqrt{6}$
☐ $\mathrm{dist}(P, \pi) = 3/\sqrt{6}$
☐ Nessuno dei precedenti

(3). Data la base $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$, la si ortonormalizzi, **nell'ordine**, secondo Gram-Schmidt nella base $\{u_1, u_2, u_3\}$. Siano a_{ij} le entrate di $A = [u_1|u_2|u_3]$, e sia $L = (a_{21})^2 + (a_{33})^2$. Allora

☐ $L = 2/5$
☐ $L = 1/6$
☐ $L = 1/2$
☐ Nessuno dei precedenti

(4). Si consideri il sistema

$$\begin{cases} x - 4y - z &= 1 \\ x + y + 4z &= 1 \\ 2x + y + 3z &= 0. \end{cases}$$

☐ Il sistema ammette un'unica soluzione (x_0, y_0, z_0) e vale $(x_0 y_0 z_0)^2 = 1/64$
☐ Il sistema ammette un'unica soluzione (x_0, y_0, z_0) e vale $(x_0 y_0 z_0)^2 = 4/23$
☐ Il sistema ammette ∞^1 soluzioni
☐ Nessuno dei precedenti

(5). Si calcoli il rango della matrice

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & -2 & 11 \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

☐ $\mathrm{rg}(A) = 1$
☐ $\mathrm{rg}(A) = 2$
☐ $\mathrm{rg}(A) = 3$
☐ Nessuno dei precedenti

(6). Si trovi la matrice M del cambiamento di base, nell'ordine, $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Allora, chiamate m_{ij} le entrate della matrice M, si ha:

☐ $\mathrm{Tr}(M) - m_{12} = -1$
☐ $\mathrm{Tr}(M) - m_{12} = 1$
☐ $\mathrm{Tr}(M) - m_{12} = 0$
☐ Nessuno dei precedenti

(7). Si consideri la matrice

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

e si indichino con $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ i suoi autovalori ordinati in ordine crescente. Sia $L = \lambda_1\lambda_2 - \lambda_3$. Allora:

☐ $L = -1$
☐ $L = -2$
☐ $L = -3$
☐ Nessuno dei precedenti

(8). Siano $u = (1, 1, 4)$, $v = (2, 0, 1)$, $w = (-1, 1, 1)$. Si calcoli $\langle u, v \times w \rangle$.

☐ $\langle u, v \times w \rangle = -4$
☐ $\langle u, v \times w \rangle = 4$
☐ $\langle u, v \times w \rangle = 0$
☐ Nessuno dei precedenti