

Matematica II - esercizi - VIII settimana

1. Siano: A la generica matrice di tipo $n \times p$, \underline{u} il vettore di R^n con tutti gli elementi uguali a 1, U la matrice quadrata di ordine n con tutti gli elementi uguali a 1. Si descrivano le matrici

$$\frac{1}{n}\underline{u}^T A, \quad \frac{1}{n}UA, \quad (I_n - \frac{1}{n}U)A.$$

2. Si rappresenti la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

come combinazione lineare delle matrici della base canonica di $R^{3 \times 3}$. Si calcolino tutte le potenze

$$A^2, A^3, \dots$$

e

$$(I_3 + \alpha A)^3,$$

dove α e' un parametro reale.

3. Per ciascuno dei seguenti sistemi lineari omogenei nelle incognite x, y, z si determini la dimensione dello spazio delle soluzioni. Che legame sussiste fra tale dimensione e il rango della matrice dei coefficienti?

$$x - 2y + 3z = 0$$

$$\begin{cases} x + 3y + 5z = 0 \\ 2x + 4y + 6z = 0 \\ 3x + 5y + 7z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y + 4z = 0 \\ x + 2y + 4z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$