

Esercizi II

1. Es. 10.16, p. 234, punto b). Usare il metodo di Gauss-Jordan per risolvere i seguenti sistemi di equazioni lineari. Per ogni soluzione, determinare le variabili libere e le variabili fondamentali.

$$\begin{cases} w - x + 3y - z = 0 \\ w + 4x - y + z = 3 \\ 3w + 7x + y + z = 6 \\ 3w + 2x + 5y - z = 3 \end{cases}$$

2. Es. 10.21, p. 242. Le seguenti cinque matrici sono matrici dei coefficienti di sistemi di equazioni lineari. Di ciascuna matrice, cosa si puo' dire riguardo al numero di soluzioni del sistema corrispondente: a) quando si ha $b_1 = \dots = b_m = 0$, e b) per il generico insieme b_1, \dots, b_m ?

$$i) \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad ii) \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad iii) \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$iv) \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad v) \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Sotto quali condizioni la generica matrice quadrata di ordine 2

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

e' non singolare?

4. Si determini, se possibile, un polinomio di grado al piu' due $f(x) = a + bx + cx^2$ che per $x = 1, -1$ assuma rispettivamente i valori 2, 6.
5. Si provi che, comunque siano dati tre numeri reali distinti x_1, x_2, x_3 e tre numeri reali y_1, y_2, y_3 , esiste uno ed un solo polinomio di grado al piu' due $f(x) = a + bx + cx^2$ che per $x = x_1, x_2, x_3$ assume rispettivamente i valori y_1, y_2, y_3 .