ESERCIZI VIII

1. Il seguente sottinsieme di R^3 e' un sottospazio di R^3?

$$V = \{(r + 3s, 2r + 2s, 3r + s);\ r, s \in R\}$$

2. Si determini una base e la dimensione del sottospazio di R^3 formato dalle soluzioni del seguente sistema lineare omogeneo.

$$\left\{ \begin{array}{rrrcl} x & -2y & +6z & = & 0 \\ 4x & -y & +7z & = & 0 \end{array} \right. .$$

3. Per ciascuno dei seguenti sottinsiemi di R^2 si dica se e' un sottospazio di R^2, motivando l'affermazione.

   $V = \{(x, y);\ x, y \in Z\}$

   $V = \{(x, y) \in R^2;\ xy = 0\}$

   Nella presentazione del primo insieme, il simbolo Z imdica l'insieme $\{0, \pm 1, \pm 2, \ldots\}$ dei numeri interi relativi.

4. In R^4 sono dati i vettori

   $\underline{v}_1 = (1, 0, 0, 0)$,

   $\underline{v}_2 = (0, 0, 1, 0)$,

   $\underline{v}_3 = (1, 0, 1, 0)$,

   $\underline{v}_4 = (1, 1, 1, 1)$,

   $\underline{v}_5 = (0, 1, 0, 1)$.

   Fra questi vettori ce n'e' uno che e' combinazione lineare dei rimanenti? In caso affermativo, lo si scarti e ci si ponga la stessa domanda sui vettori rimanenti. Si prosegua finche' si trova un insieme in cui nessuno dei vettori e' combinazione lineare dei rimanenti. Che legame sussiste fra l'insieme generato dai vettori dati e l'insieme generato dai vettori rimasti alla fine?