Matematica II 03.04.06

Rispondendo all'esigenza manifestata da alcuni studenti, riporto di seguito alcune domande ed alcuni esercizi indicativi del tipo di domande ed esercizi su cui vertera' la prova d'esame. Sottolineo che non si tratta di tutte le possibili domande che verrano poste all'esame, e che non si tratta di tutti i possibili argomenti degli esercizi che verrano proposti all'esame.

Alcune domande

- per definizione, cosa vuol dire che una matrice A e' non singolare?
- qual'e' l'input e qual'e' l'output del processo di triangolarizzazione?
- come si puo' verificare se una matrice e' non singolare o meno?
- per definizione, cos'e' una funzione lineare $R^2 \to R^2$?
- come e' definito il prodotto di due matrici?
- quali proprieta' possiede e quali non possiede il prodotto di matrici?
- com'e' definita la matrice inversa di una matrice A?
- come si puo' verificare se una matrice e' invertibile o meno?
- come si puo' calcolare la matrice inversa?
- come e' definito il determinante di una matrice di ordine 3?
- quali sono le proprieta' principali dei determinanti?
- cosa afferma la regola di Cramer?
- per definizione, cosa vuol dire che un insieme e' una base di R^n?
- come si puo' verificare se un insieme e' una base di R^n?
- per definizione, cosa vuol dire che un insieme e' linearmente dipendente?

Alcuni esercizi

- Si risolvano, se possibile, i seguenti sistemi lineari
$$\begin{cases} x+y+z &= a \\ x+2y+2z &= b \\ x+2y+3z &= c \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x+4y &= a \\ 4x+6y &= b \\ 6x+8y &= c \end{cases}$$
$$\begin{cases} 3x+6y+9z &= a \\ 5x+5y+7z &= b \end{cases}$$
$$\begin{cases} x+y+z &= a \\ 2y+2z &= b \\ -x-3y-3z &= c \end{cases}$$
dove i termini noti a, b, c sono parametri.

- Si determini la matrice inversa della matrice
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 9 & 16 \end{bmatrix}$$
e si risolvano i sistemi lineari
$$\begin{cases} x+y+z &= 2 \\ 2x+3y+4z &= 4 \\ 4x+9y+16z &= 6 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x+y+z &= 4 \\ 2x+3y+4z &= 6 \\ 4x+9y+16z &= 8 \end{cases}$$

- Si determinino le condizioni sul parametro t sotto le quali la matrice
$$\begin{bmatrix} t+1 & 1 & 1 \\ 1 & t+1 & 1 \\ 1 & 1 & t+1 \end{bmatrix}$$
e' non singolare; sotto tali condizioni, si risolva, usando la regola di Cramer, il sistema lineare
$$\begin{cases} (t+1)x+y+z &= 3 \\ x+(t+1)y+z &= 3 \\ x+y+(t+1)z &= 3 \end{cases}$$