

Algebra/Algebra Lineare

Esercizi per l'esercitazione del 14.03.08

1. In \mathbb{R}^3 sono dati i vettori $u = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $v = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $w = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$. Si determinino:

- la proiezione ortogonale di w sulla retta generata da u , e la distanza di w da questa retta;
- la proiezione ortogonale di w sul piano generato da u, v e la distanza di w da questo piano;

2. Si determini la relazione

$$y = mx + q$$

che meglio approssima, nel senso dei minimi quadrati, l'insieme di dati

x	y
-3	5
1	1
2	2

3. Supposto che i vettori a, b, c, d formino una base dello spazio \mathbb{R}^4 , si dimostri che

- i vettori a, b, c sono linearmente indipendenti, ma non generano \mathbb{R}^4 ;
- i vettori a, b, c, d, e generano \mathbb{R}^4 , ma non sono linearmente indipendenti.

4. Nello spazio \mathbb{R}^n sono dati tre vettori u, v, w a due a due ortogonali. Si dimostri che vale l'estensione

$$\|u + v + w\|^2 = \|u\|^2 + \|v\|^2 + \|w\|^2$$

del teorema di Pitagora.

5. Si determini la relazione

$$y = a + bx + cx^2$$

che meglio approssima, nel senso dei minimi quadrati, l'insieme di dati

x	y
-2	0
-1	1
1	0
2	1