Matematica II, aa 08-09; argomenti svolti

sistemi lineari, algoritmo di Gauss

- **10.11.08**
  - equazioni lineari in una incognita
  - equazioni lineari in due incognite e rette nel piano
  - sistemi di equazioni lineari in due incognite; discussione 'in generale'
  - equazioni lineari in tre incognite e piani nello spazio
  - sistemi di equazioni lineari in tre incognite; discussione 'in generale'
  - metodo di sostituzione
- **12.11.08**
  - equazioni lineari in n incognite
  - sistema di m equazioni lineari in n incognite; sistemi determinati, impossibili, indeterminati, sistemi equivalenti
  - matrice dei coefficienti e matrice completa di un sistema
  - operazioni sulle equazioni; metodo di eliminazione di Gauss, esempi (due equazioni in due incognite, tre equazioni in tre incognite)
  - operazioni sulle righe; versione matriciale del metodo di eliminazione di Gauss, esempio (tre equazioni in tre incognite)
- **14.11.08**
  - matrici triangolari superiori, matrici a scala per righe
  - descrizione informale dell'algoritmo di Gauss
  - applicazione dell'algoritmo di Gauss alla risoluzione dei sistemi lineari
  - teorema sui sistemi lineari aventi una data matrice quadrata dei coefficienti

algebra delle matrici, autovalori e autovettori

- **17.11.08**
  - $n-$ple ordinate, colonne, righe; prodotto di una riga per una colonna; rappresentazione sintetica di una equazione lineare
  - matrici, notazioni; prodotto di due matrici; rappresentazione sintetica $Ax = b$ di un sistema lineare
  - matrici unita'; associativita', non commutativita'

  - rappresentazione sintetica di piu' sistemi lineari con la stessa matrice dei coefficienti

- **19.11.08**
  - definizione di matrice inversa di una matrice quadrata; unicita' dell'inversa; proprieta'
  - TH.: sia A una matrice quadrata; se A e' invertibile, allora tutti i sistemi $Ax = b$ sono determinati, e $x = A^{-1}b$
  - TH.: sia A una matrice quadrata; se tutti i sistemi $Ax = b$ sono determinati, allora A e' invertibile
  - matrici a scala ridotta per righe; algoritmo di Gauss-Jordan per l'inversione di una matrice quadrata
  - potenze, e relative proprieta'

- **21.11.08**
  - equazioni alle differenze finite
  - proprieta', rispetto alla moltiplicazione, delle matrici diagonali
  - come si puo' ricondurre la potenza di una matrice alla potenza di una matrice diagonale, autovettori ed autovalori
  - somma di due matrici, prodotto di un numero reale per una matrice, e loro proprieta' rispetto al prodotto di matrici
  - trasposizione di matrici, e sue proprieta'

determinante, autovalori

- **24.11.08**
  - sistemi lineari omogenei; introduzione al concetto di determinante
  - determinante del primo ordine
  - determinante del secondo ordine
  - determinante del secondo ordine, proprieta'
  - regola di Cramer per la risoluzione di un sistema quadrato del secondo ordine
  - determinante del terzo ordine, come valore comune agli sviluppi di Laplace
  - determinante del terzo ordine, formula esplicita

- **26.11.08**
  - determinante del terzo ordine, proprieta'
  - effetto delle operazioni elementari per righe sul determinante
  - regola di Cramer per la risoluzione di un sistema quadrato del terzo ordine

- applicazione: formula per il polinomio di secondo grado con tre assegnate valutazioni
- applicazione: formula per l'inversa di una matrice del secondo ordine

- **28.11.08**
  - determinante di ordine n, definizione ricorsiva
  - determinante di ordine n, formula esplicita
  - determinante di ordine n, proprieta'
  - algoritmo di Gauss per il calcolo del determinante
  - regola di Cramer per la risoluzione di un sistema quadrato di ordine n
  - formula per l'inversa di una matrice quadrata di ordine n
  - quadro complessivo dei teoremi sulle matrici quadrate; matrici non singolari
  - autovalori di una matrice come radici del polinomio caratteristico della matrice

spazio vettoriale $\mathbb{R}^n$, sottospazi

- **03.12.08**
  - spazio vettoriale $\mathbb{R}^n$; addizione di vettori, moltiplicazione per scalari, combinazioni lineari; rappresentazione vettoriale di un sistema lineare
  - nel piano: vettori applicati, addizione, moltiplicazione per scalari, combinazioni lineari
  - sistemi di riferimento cartesiano ortogonale nel piano, rappresentazione geometrica dello spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$
  - sistemi lineari di due equazioni, discussione 'in generale'
  - nello spazio: vettori applicati, addizione, moltiplicazione per scalari, combinazioni lineari
  - sistema di riferimento cartesiano ortogonale nello spazio, rappresentazione geometrica dello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$
  - sistemi lineari di 3 equazioni, discussione 'in generale'

- **05.12.08**
  - basi di $\mathbb{R}^2$
  - base canonica di $\mathbb{R}^n$, basi di $\mathbb{R}^n$, coordinate di un vettore rispetto a una base
  - teoremi sui sistemi lineari aventi una data matrice non quadrata dei coefficienti
  - teorema sulle basi di $\mathbb{R}^n$

- **10.12.08**

- piani in $\mathbb{R}^3$, equazione parametrica, equazione cartesiana
- sottospazio di $\mathbb{R}^n$ generato da un insieme di vettori; proprieta'
- sottospazio di $\mathbb{R}^n$, definizione; esempi: sottospazio generato da un insieme di vettori, insieme delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo
- base di un sottospazio, definizione
- teorema sugli insiemi di vettori che sono basi del sottospazio da essi generato; insiemi linearmente indipendenti, definizione

ortogonalita', norma, proiezioni ortogonali

- **12.12.08**
  - ortogonalita' fra due vettori del piano, ortogonalita' fra due vettori dello spazio, e corrispondente relazione fra le loro coordinate
  - prodotto interno di due vettori di $\mathbb{R}^n$, definizione, proprieta'; ortogonalita' fra due vettori di $\mathbb{R}^n$, definizione
  - proiezione ortogonale di un vettore su una retta nel piano, definizione e formula
  - proiezione ortogonale di un vettore su un piano nello spazio, definizione e formula
- **15.12.08**
  - complemento ortogonale di un sottospazio di $\mathbb{R}^n$
  - proiezione ortogonale su un sottospazio $\mathbb{R}^n$, definizione e formula
  - esempio: proiezione ortogonale di un vettore sul sottospazio generato da un vettore non nullo
  - lunghezza di un vettore nel piano, lunghezza di un vettore nello spazio, e corrispondente formula in funzione delle sue coordinate
  - norma di un vettore nello spazio $\mathbb{R}^n$, definizione e proprieta'
  - teorema di Pitagora nello spazio $\mathbb{R}^n$

distanza, soluzioni ai minimi quadrati

- **17.12.08**
  - distanza fra due vettori nel piano, e corrispondente formula in funzione delle loro coordinate
  - distanza fra due vettori in $\mathbb{R}^n$, definizione e proprieta'
  - soluzione ai minimi quadrati di un sistema lineare, esempio (tre equazioni in una incognita)

- soluzione ai minimi quadrati di un sistema lineare, definizione
- teorema sulle soluzioni ai minimi quadrati di un sistema lineare
- applicazione alla determinazione della retta che meglio si adatta ad un dato insieme di punti

errata-corrige

- 12.11.08, p.4:

  $F - 2F' : \quad 3x + 2y = \quad 1,$

  $F - 2F' : \; -9x - 10y = -11$

- 12.11.08, p.4:

  $F + pF' : \; (1 + 5p)x + (6 + 2p)y = 7 + 3p,$

  $F + pF' : \; (1 + 5p)x + (2 + 6p)y = 3 + 7p$

- 14.11.08-2, p.2:

  " Se in ogni colonna di S compare un pivot, cioe' se S e' una matrice diagonale con elementi diagonali non nulli ... ", " Se in ogni colonna di S compare un pivot, cioe' se S e' una matrice triangolare superiore con elementi diagonali non nulli ... "

- 21.11.08, p.1:

  nella discussione del limite, si sta supponendo $b \neq 0$; il limite non esiste per $a \leq -1$.

- 24.11.08, p.6:

  $DetA = \sum_{(i_1,i_2,i_3)} a_{i_1} b_{i_2} c_{i_1}, \qquad DetA = \sum_{(i_1,i_2,i_3)} a_{i_1} b_{i_2} c_{i_3}$

- 15.12.08, p.2:

  $$\begin{cases} v^T a_1 = 0 \\ \vdots \\ v^T a_m = 0 \end{cases}, \qquad \begin{cases} a_1^T x = 0 \\ \vdots \\ a_m^T x = 0 \end{cases}$$