

## Alcuni esercizi sulle matrici

1. Date le matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

verificare che

$$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C) \quad A \cdot B \neq B \cdot A.$$

Risolvere le equazioni matriciali

$$AX = B, \quad XA = B,$$

nell'incognita  $X$  matrice quadrata di ordine 2.

2. Sia  $A = [a_{ij}]$  una matrice  $4 \times 4$  definita da

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } j = i + 1 \\ 0 & \text{se altrimenti} \end{cases}$$

a) Scrivere per esteso la matrice  $A$  e calcolare  $A^2, A^3, A^4$ .

3. Individuare quali matrici sono invertibili e calcolare l'inversa.

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

4. Risolvere i seguenti sistemi lineari che hanno la stessa matrice dei coefficienti.

$$\begin{cases} x + 2z = 3 \\ 2x - y + 3z = -1 \\ 4x + y + 8z = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2z = 0 \\ 2x - y + 3z = 4 \\ 4x + y + 8z = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2z = 2 \\ 2x - y + 3z = -2 \\ 4x + y + 8z = 1 \end{cases}$$

5. Calcolare

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-2}$$

6. Vero o falso?

(a) Se  $A$  e  $B$  sono due matrici quadrate *non nulle*, allora  $A \cdot B \neq 0$ .