

## Matematica II 03.12.09

### Qualche esercizio

1. Si verifichi che la generica matrice del secondo ordine  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  non singolare ha inversa

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - cb} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}.$$

2. Per la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

si determini una matrice invertibile  $P$  tale che  $P^{-1}AP$  sia diagonale, e si dia una formula per le potenze  $A^n$  di  $A$ , con  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Fare lo stesso, se possibile, per le matrici

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

3. Sia  $A$  la generica matrice quadrata di ordine 2. Si scriva il polinomio caratteristico di  $A$  in funzione degli elementi di  $A$ . Sotto quali condizioni  $A$  possiede autovalori reali?
4. Dati

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 3, \quad x_3 = p; \quad y_1 = 3, \quad y_2 = 1, \quad y_3 = 1,$$

dove  $p$  e' un parametro, si determinino le condizioni su  $p$  affinche' esista uno ed un solo polinomio

$$f(x) = a + bx + cx^2$$

tale che

$$f(x_i) = y_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

Sotto tali condizioni, si determinino gli eventuali valori del parametro per i quali il grafico della funzione e' una retta, una parabola con concavita' rivolta verso l'alto, una parabola con concavita' rivolta verso il basso.

5. Si determinino gli autovalori della matrice

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix},$$

e si verifichi il risultato.

6. Si provi che  $\text{Det}(A^T) = \text{Det}(A)$ , per ogni matrice  $A$  quadrata del terzo ordine.