

Matematica II, 26.11.10- esercizi

1. Secondo un certo modello, una certa popolazione di insetti si trasforma nel tempo secondo la seguente legge: da ciascun giorno al successivo si ha che:

- degli insetti di un giorno d'età, ne sopravvive 1 ogni 2;
- degli insetti di due giorni d'età, ne sopravvive 1 ogni 3;
- degli insetti di 3 giorni d'età, nessuno sopravvive, e ciascuno genera 6 insetti.

Siano $a_1(g), a_2(g), a_3(g)$ il numero degli insetti che nel giorno g sono nel loro primo, secondo, terzo giorno d'età, per $g = 0, 1, 2, \dots$. Si calcolino i numeri $a_1(g), a_2(g), a_3(g)$ per $g = 1, 2, 3$ in funzione dei numeri $a_1(0), a_2(0), a_3(0)$.

2. E' data la matrice

$$M = \begin{bmatrix} 0.1 & 19.8 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}.$$

- Si verifichi che $u = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e' un autovettore di M , e si determini l'autovalore corrispondente;
- Si verifichi che $v = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ e' un autovettore di M , e si determini l'autovalore corrispondente;
- Si usino questi autovettori ed autovalori per dare una formula per la potenza M^t , per $t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$