

## Matematica II, esercizi II, 02.12.11

1. Da "Matematica II (SIA, FA) A.A.2004-2005" al link "Esercizi III", esercizio 3 (sugli spostamenti fra tre città).

2. E' data la matrice

$$M = \begin{bmatrix} 0.1 & 19.8 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}.$$

Si verifichi che

$$u = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

sono autovettori di  $M$ , e si determinino gli autovalori corrispondenti. Si usino questi autovettori ed autovalori per dare una formula per la potenza  $M^p$ , per  $p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ .

3. Una matrice  $E$  quadrata di ordine  $n$  tale che  $E^2 = E$  si dice "idempotente". Come sono fatte le matrici diagonali idempotenti di ordine 2? E quelle diagonali idempotenti di ordine  $n$ ? Si provi che per ogni matrice  $E$  idempotente di ordine  $n$  (non necessariamente diagonale), anche la matrice  $I_n - E$  e' idempotente.
4. Si verifichi la proprieta' dei determinanti del II ordine

$$\text{Det} \begin{bmatrix} a+c & b \end{bmatrix} = \text{Det} \begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix} + \text{Det} \begin{bmatrix} c & b \end{bmatrix}, \quad a, b, c \in \mathbb{R}^{2 \times 1}.$$

5. Si dimostri la regola di Cramer del III ordine.
6. Usando la regola di Cramer, si determini l'equazione

$$y = a + bx + cx^2$$

della parabola che passa per i punti

$$(1, 5), (4, 1), (6, 3).$$