

Algebra Lineare (Matematica C.I.), esercizi -2

1. Le variabili x_1, x_2 dipendono dalle variabili y_1, y_2, y_3 secondo la legge

$$\begin{cases} x_1 = 2y_1 + 3y_2 + 4y_3 \\ x_2 = 5y_1 + 6y_2 + 7y_3 \end{cases}$$

e le variabili y_1, y_2, y_3 dipendono dalle variabili z_1, z_2 secondo la legge

$$\begin{cases} y_1 = 4z_1 + 5z_2 \\ y_2 = 6z_1 + 7z_2 \\ y_3 = 8z_1 + 9z_2 \end{cases} .$$

Usando il prodotto di matrici, si rappresentino sinteticamente queste leggi, e si deduca la legge che esprime le variabili x_1, x_2 in funzione delle variabili z_1, z_2 .

2. Si calcolino tutti i possibili prodotti delle matrici

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B = [1 \ 1 \ 1], \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}.$$

3. Si determinino tutte le matrici di tipo 2×2 che sono permutabili con la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

4. Si calcoli l'inversa della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

e si risolva il generico sistema $Ax = b$ avente A come matrice dei coefficienti.