V settimana - eserczi

(1) (a) Per ciascuno dei seguenti insiemi di vettori di $\mathbb{R}^3$ si stabilisca se è linearmente indipendente, se genera $\mathbb{R}^3$, se è una base di $\mathbb{R}^3$. (b) Pe ciascuna delle basi trovate, si determinino le coordinate del vettore $(6, 3, 2)$ rispetto ad essa.

$$A = \{(2, 3, 4), (4, 6, 7)\},$$
$$B = \{(1, 0, 0), (2, 1, 0), (5, 3, 1)\},$$
$$C = \{(2, 3, 0), (3, 5, 0), (5, 7, 0)\},$$
$$D = \{(1, 0, 0), (2, 1, 0), (5, 3, 1), (9, 7, 5)\}.$$

(2) In $\mathbb{R}_2[x]$ sono dati i vettori

$$\underline{v}_1 = x^2 - x,\ \underline{v}_2 = x^2 + x,\ \underline{v}_3 = x^2 - 1,\ \underline{w} = 2x^2 + 3x + 5.$$

Si stabilisca se $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3$ è una base di $\mathbb{R}_2[x]$ e in caso affermativo si determinino le coordinate di $\underline{w}$ rispetto ad essa.

(3) Determinare una base del sottospazio di $\mathbb{R}^3$ generato dai vettori

$$(2, 1, 0),\ (-3, 0, 1),\ (1, 2, 1);$$

stabilire se a questo sottospazio appartiene il vettore $(1, 1, 1)$.

(4) (Es.4.5.6 p.93) Si stabilisca per quali valori del parametro k il vettore $(-1, k, 1)$ appartiene al sottospazio

$$\langle (1, -1, 0), (k, -k, 1), (-1, k^2, 1)\rangle.$$

(5) In $\mathbb{R}^4$ sono dati i vettori

$$\underline{a} = (1, -2, 1, 0),\ \underline{b} = (0, 1, -2, 1),\ \underline{c} = (2, 1, k, 5),$$

dove k è un parametro in $\mathbb{R}$. Si determini la dimensione del sottospazio $\langle \underline{a}, \underline{b}, \underline{c}\rangle$ al variare del parametro k.

(6) (Esercizio 4.5.20 p. 94) Si stabilisca se

$$X = \{sx^3 + rx^2 + sx + -2r \mid s, r \in \mathbb{R}\}$$

è un sottospazio di $\mathbb{R}_3[x]$ e in caso affermativo se ne determini una base.

(7) Si stabilisca se

$$Y = \{\begin{pmatrix} a+c & -a+b \\ a-b & a+c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R}\}$$

è un sottospazio di $\mathrm{M}_2(\mathbb{R})$ e in caso affermativo se ne determini una base.

(8) (Es. 4.5.18 p.94) Si tabilisca per quali valori di k i vettori $\underline{v}_1 = x^2 + 2x + 2$, $\underline{v}_2 = -x^2 + 2kx + k - 1$, $\underline{v}_3 = kx^2 + (2k+4)x + 3k$, sono linearmente indipendenti. Posto $k = 0$, si determini se possibile un vettore $\underline{w}$ che non appartenga a $\langle \underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3\rangle$.

(9) Per ciascuno dei seguenti insiemi di vettori di $\mathbb{R}^3$ si determini se possibile una base di $\mathbb{R}^3$ in esso contenuta o che lo contenga.

$$\{(-1, 1, -1), (1, -1, 1)\}$$
$$\{(1, -1, -3), (0, 2, 4)\}$$
$$\{(1, 3, 2), (2, 3, 1), (1, 1, 0), (0, 1, 1)\}$$
$$\{(1, 2, 3), (3, 2, 1), (1, 1, 1), (1, 0, 1)\}$$