VI settimana - esercizi

(1) In $\mathbb{R}^4$ sono dati i vettori
$$\underline{a} = (1, 1, 1, 1),\ \underline{b} = (k, 1, 1, 1),\ \underline{c} = (k, 1, 1, k^2),$$
dove k è un parametro in $\mathbb{R}$. Per ciascun valore di k si determini una base del sottospazio $\langle \underline{a}, \underline{b}, \underline{c} \rangle$.

(2) In $\mathbb{R}^4$ sono dati i vettori
$$\underline{a} = (1, -1, 2, -2),\ \underline{b} = (-1, k, -2, 1),$$
dove k è un parametro in $\mathbb{R}$. Per ciascun valore di k si determini se possibile una base di $\mathbb{R}^4$ che contiene $\underline{a}, \underline{b}$.

(3) In $\mathbb{R}^4$ sono dati i vettori
$$(1, 0, 1, -2),\ (0, 1, -2, 1),\ (1, -2, 1, 0).$$
Si stabilisca se i vettori sono linearmente indipendenti nei seguenti tre modi: (1) usando proprietà fondamentali dell'indipendenza lineare ed osservazioni; (2) usando direttamente una delle due definizioni equivalenti di indipendenza lineare; (3) riguardando i vettori come righe di una matrice ed applicando il procedimento di Gauss.