VII settimana - esercizi - 1

(1) Per ciascuna delle due seguenti funzioni si stabilisca se è lineare, usando solo la definizione:
$F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $F(x) = (2x, 3x)$;
$G : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $G(x, y) = xy$.

(2) (Esercizio 5.9.3 p.123) Date le applicazioni lineari $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ e $G : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definite da $F(x, y, z) = (x - y, 2x + y + z)$ e $G(x, y) = (3y, -x, 4x + 2y)$ si determinino, se possibile, $F \circ G$ e $G \circ F$.

(3) (Esercizio 5.9.3 p.123) Date le applicazioni lineari $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ e $G : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definite da $F(\underline{e}_1) = -\underline{e}_1 - \underline{e}_2$, $F(\underline{e}_2) = \underline{e}_1 + \underline{e}_2$ e $G(\underline{e}_1) = 2$, $G(\underline{e}_2) = -1$ si determinino, se possibile, $F \circ G$ e $G \circ F$.

(4) È dato il sistema lineare omogeneo

$$\begin{cases} x - y + kz = 0 \\ x - z + ku = 0 \\ y - z + ku = 0 \end{cases}$$

nelle incognite x, y, z, u, dove k è un parametro in $\mathbb{R}$. Si determini al variare di k la dimensione e una base dello spazio delle soluzioni del sistema.