V settimana - eserczi

(1) In $\mathbb{R}^4$, siano

$$A = \{(1,-1,0,0),\ (1,0,-1,0),\ (0,1,-1,0),\ (1,0,0,-1)\}$$
$$\underline{b} = (1,2,3,k),$$

dove k è un parametro in $\mathbb{R}$. (1) Si determini un sottinsieme $A' \subseteq A$ che sia una base del sottospazio $\langle A \rangle$; (2) Si determinino i valori di k per i quali $\underline{b} \in \langle A \rangle$.

(2) Si determini una base del sottospazio di $\mathbb{R}^4$ costituito dalle soluzioni dell'equazione lineare omogenea $x - y + z - t = 0$ nelle incognite x, y, z, t.

(3) In $\mathbb{R}^3$ sono dati i vettori

$$(1,1,1),\ (-1,1,1),\ (1, 1+2t, 1+t+t^2),$$

dove t è un parametro in $\mathbb{R}$. (1) Si determinino i valori di t per i quali i vettori sono linearmente indipendenti. (2) Per gli altri valori di t, si scriva uno dei vettori come combinazione lineare degli altri.

(4) In $\mathbb{R}^3$ è dato l'insieme A dei vettori

$$(1,-1,1),\ (1,1,1+2t),\ (1,1,1+t+t^2),$$

dove t è un parametro in $\mathbb{R}$. (1) Si determinino i valori di t per i quali A genera $\mathbb{R}^3$. (2) Per gli altri valori di t, si scriva un vettore di $\mathbb{R}^3$ che non appartiene ad $\langle A \rangle$.

(5) Sia T il sottospazio di $\mathbb{R}^3$ costituito dalle soluzioni dell'equazione lineare omogenea $x - y + z = 0$. Si stabilisca se l'insieme dei vettori $(1,2,1),\ (1,3,2)$ è una base di T.