

VI settimana - esercizi

- (1) In \mathbb{R}^4 sono dati i vettori $(1, 0, 0, 1)$, $(0, 1, 0, 1)$, $(0, 0, 1, 1)$. Stabilire se questi vettori sono: (1) linearmente indipendenti; (2) una base di \mathbb{R}^4 ; (3) generano \mathbb{R}^4 (in due modi diversi, uno usando solo la definizione).
- (2) In \mathbb{R}^3 sono dati i vettori $(1, 1, 0)$, $(0, 1, 1)$, $(1, 0, 1)$. Stabilire se questi vettori sono una base di \mathbb{R}^3 (in due modi diversi, uno usando solo la definizione).
- (3) In \mathbb{R}^2 sono dati i vettori $(1, 2)$, $(3, 4)$, $(5, 6)$. Stabilire se questi vettori sono: (1) linearmente indipendenti (in due modi diversi, uno usando solo la definizione); (2) una base di \mathbb{R}^2 ; (3) generano \mathbb{R}^2 .

- (4) In \mathbb{R}^4 è dato l'insieme A dei vettori

$$(1, 0, 0, 1), (0, 1, 1, 0), (3, 1, 2, 2), (2, 2, 3, 1).$$

Si determini una base di $\langle A \rangle$ (in due modi diversi, uno usando il processo di Gauss).

- (5) In \mathbb{R}^2 sono date la base $\mathcal{B} : (1, 1), (1, -1)$ ed il vettore $\underline{v} = (3, 5)$. (1) Si determini il vettore delle coordinate di \underline{v} rispetto a \mathcal{B} ; (2) si effettui una verifica grafica del risultato ottenuto.

- (6) In \mathbb{R}^4 è dato l'insieme A dei vettori

$$(1, -2, 1, 0), (0, 1, -2, 1), (2, 1, 4k, 5), (0, 4, -8, k^2) \quad k \text{ parametro } \in \mathbb{R}.$$

Si determini la dimensione di $\langle A \rangle$ al variare di k .

- (7) Sia S il sottospazio di \mathbb{R}^4 delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x + z + t = 0 \\ y + z - t = 0 \end{cases} \quad (\text{incognite } x, y, z, t).$$

(1) Si determini la dimensione di S ; (2) si stabilisca se l'insieme dei vettori $(-2, 0, 1, 1), (0, -2, 1, -1)$ è una base di S .

- (8) In $\mathbb{R}_2[x]$ sono date la base $\mathcal{B} : x^2 - x, x - 1, 1$ ed il polinomio $\underline{p} = 3x^2 + 5x + 7$. Si determini il vettore delle coordinate di \underline{p} rispetto a \mathcal{B} e si verifichi il risultato ottenuto.