

## VII settimana - esercizi

(1) È data l'applicazione lineare

$$L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad L(\underline{e}_1) = 2\underline{e}_1 + \underline{e}_3, \quad L(\underline{e}_2) = 3\underline{e}_2 + \underline{e}_3$$

Si scriva l'immagine  $L(x, y)$  del generico  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ .

(2) Sono date le applicazioni lineari

$$F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad F(x, y) = (x + y, x + 2y, x + 4y);$$

$$G : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad G(x, y, z) = (x - 2y + 4z, y - 2z)$$

Si determini  $G \circ F$  in due modi, prima usando solo la definizione e poi usando la rappresentazione con matrici. Si determini  $F \circ G$ .

(3) È data l'applicazione lineare

$$L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad L(x, y) = (-3x + 6y, x - 2y);$$

Si determinino e si rappresentino graficamente  $\text{Ker}(L)$  e  $\text{Im}(L)$ . Esiste un  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  tale che  $L(x, y) = (1, 1)$ ?

(4) È data l'applicazione lineare

$$F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad F(x, y) = (x + 2y, 2x + 3y, 3x + 4y)$$

Si stabilisca se  $F$  è iniettiva in due modi, in uno dei quali utilizzando solo la definizione.

(5) È data l'applicazione lineare

$$H : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4, \quad H(x, y, z) = (x - y, x - z, y - z, x + 2y - 3z)$$

Si determinino la dimensione e una base per  $\text{Ker}(H)$  e  $\text{Im}(H)$ , utilizzando il teorema della dimensione per verifica.

(6) È data l'applicazione lineare

$$L : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad L(x, y) = (kx + ky, k^2x + ky), \quad (k \text{ parametro in } \mathbb{R})$$

Al variare di  $k \in \mathbb{R}$  si determinino la dimensione ed una base di  $\text{Ker}(L)$  e  $\text{Im}(L)$ . Per quali valori del parametro  $L$  è biiettiva?