

VIII settimana - esercizi

- (1) Sia $L : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare rappresentata dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Si determinino una base di $\text{Im}(L)$ ed una base di $\text{Ker}(L)$.

- (2) Per la seguente matrice, si determinino il rango, una base per lo spazio generato dalle colonne, una base per il sottospazio generato dalle righe.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (3) Per ciascuna delle seguenti applicazioni lineari, si determinino i valori del parametro k per i quali l'applicazione è iniettiva o suriettiva o biiettiva (isomorfismo).

$$F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4, \quad F(\underline{x}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & k \\ 1 & 5 & k^2 \\ 1 & 5 & k^2 \end{pmatrix} \underline{x}$$

$$G : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad G(\underline{x}) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & k & 3 \end{pmatrix} \underline{x}$$

$$H : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad H(\underline{x}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 5 \\ 1 & k & k^2 & k^2 \end{pmatrix} \underline{x}$$

- (4) Sia $L : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}^2$ l'applicazione $L(p) = (p(1), p(2))$ che a ciascun polinomio $p \in \mathbb{R}_2[x]$ associa la coppia ordinata dei suoi valori in 1 e 2. (1) Si verifichi che L è lineare; (2) si stabilisca se L è suriettiva; (3) si determini una base di $\text{ker}(L)$.