X settimana - esercizi

(1) Sia $L : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'applicazione data da $L(x, y) = (y, x+y)$. Si calcoli l'applicazione inversa L^{-1} in due modi, prima usando solo la definizione di funzione inversa e poi usando le matrici.

(2) Sia $L : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'applicazione data da $L(x, y) = (kx+4y, x+ky)$, (k parametro in $\mathbb{R}$). (a) Si determini per quali k l'applicazione L è biunivoca. (b) Posto $k = 3$ si calcoli L^{-1}.

(3) (Es.8.5.1 del testo) In $\mathbb{R}^3$. Si determinino le coordinate del vettore $(1, 2, 3)$ rispetto alla base ordinata $(1, -1, 0), (1, 1, -1), (-1, 0, 1)$ e si controlli la correttezza del risultato.

(4) Siano:
$\mathcal{B} : \underline{v}_1, \underline{v}_2$ la base ordinata di $\mathbb{R}^2$ costituta dai vettori $\underline{v}_1 = (1, 1)$, $\underline{v}_2 = (3, 2)$;
$\mathcal{B}' : \underline{w}_1, \underline{w}_2, \underline{w}_3$ la base ordinata di $\mathbb{R}^3$ costituta dai vettori $\underline{w}_1 = (1, 1, 1)$, $\underline{w}_2 = (1, 0, 0)$, $\underline{w}_3 = (1, 0, 2)$;
$G : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare tale che $G(\underline{v}_1) = \underline{w}_1 - \underline{w}_2 + \underline{w}_3$, $G(\underline{v}_2) = -\underline{w}_1 + \underline{w}_2 - \underline{w}_3$
(1) Si determini la matrice $G_{\mathcal{C}'\mathcal{C}}$ che rappresenta G rispetto alle basi canoniche di codominio e dominio. (2) Si verifichi la correttezza del risultato.

(5) (Es.8.5.2 del testo) Siano:
$\mathcal{B} : \underline{v}_1, \underline{v}_2$ la base ordinata di $\mathbb{R}^2$ costituta dai vettori $\underline{v}_1 = (1, -2)$, $\underline{v}_2 = (-2, 1)$;
$\mathcal{B}' : \underline{w}_1, \underline{w}_2, \underline{w}_3$ la base ordinata di $\mathbb{R}^3$ costituta dai vettori $\underline{w}_1 = (2, 0, 5)$, $\underline{w}_2 = (0, -1, 0)$, $\underline{w}_3 = (1, 1, 3)$;
$F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare tale che $F(\underline{e}_1) = -\underline{e}_2 + \underline{e}_3$, $F(\underline{e}_2) = 3\underline{e}_1 - 2\underline{e}_2$
(1) Si determni la matrice $F_{\mathcal{B}'\mathcal{B}}$ che rappresenta F rispetto alle basi $\mathcal{B}', \mathcal{B}$. (2) Si verifichi la correttezza del risultato.