

- (1) (8 p.) Sia fissato nello spazio \mathcal{E}^3 un sistema di riferimento ortogonale monometrico e siano identificati \mathcal{E}^3 e \mathcal{V}_o^3 con \mathbb{R}^3 . Siano:
 π il piano di equazione cartesiana $x - 3y + 2z - 5 = 0$;
Q, R, S i punti di coordinate rispettivamente $(4, 3, 2)$, $(2, 5, 3)$, $(1, 2, 2)$;
 r la retta per Q ed R ed s la retta per Q ed S.
Per ciascuna delle due rette r e s , se la retta è parallela al piano si determini la sua distanza dal piano, se la retta è incidente al piano si determini il suo punto di intersezione col piano.

- (2) (6 p.) Sono date le applicazioni lineari

$$F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad F(x, y) = (x + y, x + 2y, x + 4y)$$
$$G : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad G(x, y, z) = (x - 2y + 4z, y - 2z)$$

(a) Si determini l'applicazione composta $G \circ F$ in due modi, prima usando direttamente la definizione di applicazione composta poi usando la rappresentazione delle applicazioni con matrici. (b) Si determini, se esiste, l'applicazione inversa $(G \circ F)^{-1}$.

- (3) (6 p.) È dato il sistema

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ -x + y + z = 3 \\ x - y + z = 4 \end{cases}$$

Usando determinante e matrice inversa, si stabilisca se il sistema ha una ed una sola soluzione ed in tal caso la si determini (si consiglia di calcolare il determinante in due modi diversi).

- (4) (6 p) Sia fissato nel piano \mathcal{E}^2 un sistema di riferimento ortogonale monometrico e siano identificati \mathcal{E}^2 e \mathcal{V}_o^2 con \mathbb{R}^2 . (a) Si determini l'applicazione di riflessione rispetto alla retta r di equazione cartesiana $x - 2y - 2 = 0$; (b) usando il determinante, si effettui una verifica della correttezza del risultato ottenuto.
- (5) (4 p) È data la funzione

$$f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = (x^2 - x + 1)/(x^2 + 1).$$

Si calcoli la funzione derivata di f , si determinino i sottointervalli di $[0, 2]$ sui quali f è crescente o decrescente e gli eventuali suoi punti di minimo o massimo relativo e si dia una rappresentazione del grafico di f coerente con le informazioni ottenute.