Analisi Numerica e Modellazione Geometrica - parte A; 31 gennaio 2019

Versione 1

(1) (8 p.) Sia fissato nello spazio $\mathcal{E}^3$ un sistema di riferimento ortogonale monometrico e siano identificati $\mathcal{E}^3$ e $\mathcal{V}_o^3$ con $\mathbb{R}^3$. Siano:
r la retta per i punti $(1,2,0)$ e $(2,0,1)$;
r_1 la retta per i punti $(3,-2,2)$ e $(0,4,-1)$;
r_2 la retta per i punti $(1,3,0)$ e $(3,0,1)$.
Per ciascuna delle due rette r_1 ed r_2, se la retta è parallela (in senso lato) ad r si stabilisca se è diversa da r, se la retta non è parallela (in senso lato) ad r si stabilisca se è sghemba con r.

(2) (6 p.) Sia fissata nello spazio $\mathcal{V}_o^3$ una base ortonormale destrorsa $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ e tramite di essa $\mathcal{V}_o^3$ sia identificato con $\mathbb{R}^3$. (a) Si scriva la matrice che rappresenta la rotazione R attorno all'asse di $\mathbf{j}$ di angolo $\pi/4$ nel verso da $\mathbf{k}$ a $\mathbf{i}$. (b) Usando il determinante, si verifichi la correttezza della matrice trovata. (c) Si determini l'immagine del vettore $(2,3,2)$.

(3) (6 p.) È data l'applicazione

$$L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \quad L(x,y,z) = (x+y+z, 2x+3z, 3x+4z).$$

(a) Si determini l'inversa di L. (b) Si dia una verifica del risultato trovato.

(4) (6 p) Sia fissato nel piano $\mathcal{E}^2$ un sistema di riferimento ortogonale monometrico e siano identificati $\mathcal{E}^2$ e $\mathcal{V}_o^2$ con $\mathbb{R}^2$. (a) Si determini l'applicazione di proiezione ortogonale rispetto ala retta r di equazione cartesiana $x-3y+2=0$. (b) Usando il determinante, si effettui una verifica della correttezza del risulato ottenuto.

(5) (4 p) È data la funzione

$$f : [0, +\infty[\to \mathbb{R}, \quad f(x) = e^{3/x^2 - 2/x - 1}.$$

Si calcoli la funzione derivata di f e si rappresenti la retta tangente al grafico di f nel punto del grafico di f avente ascissa $x = 1$.