Analisi Numerica e Modellazione Geometrica - parte A; 18 febbraio 2019

Versione 2

(1) (8 p.) Sia fissato nello spazio $\mathcal{E}^3$ un sistema di riferimento ortogonale monometrico e siano identificati $\mathcal{E}^3$ e $\mathcal{V}_o^3$ con $\mathbb{R}^3$. Siano:
π_1 il piano per i punti $(1,1,1)$, $(2,1,2)$, $(1,2,2)$;
π_2 il piano di equazione cartesiana $x+y-z+1=0$;
r_1 la retta per i punti $(2,1,1)$ e $(3,3,3)$;
r_2 la retta di equazioni cartesiane $\begin{cases} x+y+z-1=0 \\ x+2y+3z-3=0 \end{cases}$.
(a) Il piano π_2 è parallelo al piano π_1? (b) La retta r_1 è incidente al piano π_2? In tal caso, in quale punto lo interseca? (c) La retta r_2 è parallela alla retta r_1?

(2) (6 p.) Sono date le applicazioni lineari

$$F:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3,\quad F(x,y)=(x+y,x+2y,x+3y)$$
$$G:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^2,\quad G(x,y,z)=(x+z,y+z)$$

(a) Si determini l'applicazione composta $G\circ F$ e, se esiste, la sua inversa; (b) Si determini l'applicazione composta $F\circ G$ e si stabilisca se è invertibile.

(3) (6 p.) (6 p.) È dato il sistema

$$\begin{cases} x+y+z=2 \\ x+2y+2z=2 \\ x+2y+3z=3 \end{cases}$$

Usando determinante e matrice inversa, si stabilisca se il sistema ha una ed una sola soluzione ed in tal caso la si determini (si consiglia di calcolare il determinante in due modi diversi).

(4) (6 p) Sia fissato nello spazio $\mathcal{E}^3$ un sistema di riferimento ortogonale monometrico e siano identificati $\mathcal{E}^3$ e $\mathcal{V}_o^3$ con $\mathbb{R}^3$. (a) Si determini l'applicazione di proiezione ortogonale rispetto al piano π di equazione cartesiana $x+y-z=0$. (b) Usando il determinante, si effettui una verifica della correttezza del risulato ottenuto.

(5) (4 p) È data la funzione

$$f:[1,2]\to\mathbb{R},\quad f(x)=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}-1.$$

(a) Si calcoli la funzione derivata di f e si dia una rappresentazione del grafico di f; (b) Si calcoli $\int_1^2 f(x)\mathrm{dx}$.